SOLUCIONARIO

Razonamiento matemático

5.°

Editorial San Marcos





ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 13)

1 Sea el número: x

Del enunciado:

$x^2 - 119 = 10(x - 8)$

$x^2 - 119 = 10x - 80$

$x^2 - 10x - 39 = 0$

x   −13

x   +3

De donde:

$x - 13 = 0 \Rightarrow x = 13$

$x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3$

$\therefore\ x = 13$

Clave A

2 Sea: x el número

$\Rightarrow \dfrac{3 + x}{5 - x} = \dfrac{5}{3}$

$3(3 + x) = 5(5 - x)$

$9 + 3x = 25 - 5x$

$5x + 3x = 25 - 9$

$8x = 16 \Rightarrow x = 2$

$\therefore\ x = 2$

Clave D

3 Sea:

n.° de correas: n $\Rightarrow$ cada correa costó $= \dfrac{240}{n}$

Del enunciado:

n.° de correas: n + 3 $\Rightarrow$ cada correa costó $= \dfrac{240}{n + 3}$

$\Rightarrow \dfrac{240}{n} - \dfrac{240}{n + 3} = 4 \Rightarrow 240\left(\dfrac{3}{n(n + 3)}\right) = 4$

$\Rightarrow 12 . 15 = n(n + 3) \Rightarrow n = 12$

$\therefore$ Cada correa costó $= \dfrac{240}{12} =$ S/.20

Clave B

4 Sea:

Yo: $\dfrac{3}{2}x + 10$ → $\dfrac{3}{2}x + 10$

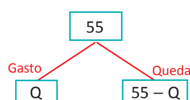
Tú: x → 2x

Del enunciado:

$2x - \left(\dfrac{3}{2}x + 10\right) = 5 \Rightarrow 2x - \dfrac{3}{2}x - 10 = 5$

$x = 30$

$\Rightarrow$ Tengo



$\Rightarrow Q = \dfrac{1}{4}(55 - Q)$

$\therefore\ Q = 11$

Queda: 55 − 11 = 44

Clave C

5 Sea:

n.° de patos: p

n.° de gallinas: g

Del enunciado: p + g = N

Además:

$\dfrac{p}{N} = \dfrac{3}{7} \Rightarrow \dfrac{p}{p + g} = \dfrac{3}{7}$

$\left.\dfrac{p}{g} = \dfrac{3}{4}\right\} p = 3k \wedge g = 4k$

Del enunciado:

$g - p = 20$

$4k - 3k = 20 \Rightarrow \begin{cases} p = 60 \\ g = 80 \end{cases}$

$k = 20$

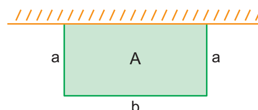
Piden:

$\dfrac{60}{g - 50} = \dfrac{60}{80 - 50} = \dfrac{60}{30} = \dfrac{2}{1}$

$\therefore$ La relación es de 2 a 1.

Clave D

6



La cantidad de cerco:

"2a + b"

$A = 200\ m^2 \Rightarrow a . b = 200$

↓

1 . 200

2 . 100

4 . 50

8 . 25

10 . 20

$\Rightarrow$ La menor cantidad de cerco se utilizará cuando:
a = 10 m y b = 20 m

Clave B

7 Del enunciado roja: R; Naranja: N; Verde: V

$V + R = 430$ ... (1)

$V + N = 370$ ... (2)

$R + N = 360$ ... (3)

$2(V + R + N) = 1160 \Rightarrow V + R + N = 580$ ... (4)

Reemplazando (2) en (4):

$370 + R = 580$

$\therefore\ R = 210$ g

Clave A



8 Sea:

n.° de cajones = a

n.° de latas por cajón = 3a

costo por lata = 2a

⇒ costo total = a(3a) . 2a

$16\,464 = 6a^3$

∴ a = 14

Clave D

9 Sean los números: a y b

$\Rightarrow a + b = 49$

$\downarrow \quad \downarrow$

$\overset{\circ}{5} \quad \overset{\circ}{6}$

$5k + 6n = 49$ ... (1)

Expresando la ecuación en múltiplos de 5:

$\overset{\circ}{5} + (\overset{\circ}{5} + 1)n = \overset{\circ}{5} - 1$

$\overset{\circ}{5} + \overset{\circ}{5} + n = \overset{\circ}{5} - 1$

$n = \overset{\circ}{5} - 1$ ... (2)

De la ecuación (1), tenemos:

$6n < 49$

$n < 8{,}17$ ... (3)

De (2) y (3):

$n = 5 - 1 = 4 \Rightarrow b = 24$

$\therefore a = 25$

Clave B

10 Sea:

	Bailan	No bailan
H	2a	a
M	2a	15

H = 3a M = 2a + 15

Luego:

	Bailan	No bailan
H	15 + 2a	3
M	15 + 2a	

$\Rightarrow 15 + 2a + 3 = 3a$

$a = 18$

Piden:

n.° de personas = $4(3 \times 18) + 3(15 + 2 \times 18) = 369$

∴ Habrían 369 personas.

Clave E

11 Sea:

1 ladrillo pesa: m

2 ladrillos pesan: $2m = 2y - 1$ ...(1)

3 ladrillos pesan: $3m = m + y$

$2m = y$ ...(2)

Reemplazando (2) en (1):

$2m = 2(2m) - 1$

$1 = 2m$

$\therefore 4m = 2$ kg

Clave C

12 Sea:

P: precio de un ticket

R: precio de la radio

$\Rightarrow P_V = P_C + G$

$90P = R + 28$ ... (1)

Además:

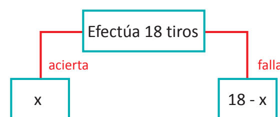
$P_V = P_C - P$

$75P = R - 17$ ... (2)

⇒ Resolviendo (1) y (2): P = S/.3 ∧ R = S/.242

Clave A

13



De S/.5 cada uno De S/.2 cada uno

Del enunciado: recibe S/.55

$5x - 2(18 - x) = 55$

$7x = 91$

$\therefore x = 13$

Clave A

14 C: cantidad de dinero inicial de Claudia.

Del enunciado tenemos:

1.er encuentro: $2C - 1$

2.° encuentro: $2(2C - 1) - 1$

Por dato

$2(2C - 1) - 1 = 25$

$\therefore C = 7$

Clave E



PRACTIQUEMOS

NIVEL 1 (Página 15)

1 Del enunciado:

$A + B = 1154$

$A - B = 506$

Resolviendo:

$(A + B) + (A - B) = 1154 + 506$

$2A = 1660$

$A = 830 \wedge B = 324$

I. $B + 253 = 577 \neq 830$ (Falso)

II. $B = 324$ (Verdadero)

III. $A - 330 = 500 > 498$ (Verdadero)

Clave C

2 Del enunciado:

$A + B = 7(A - B)$ ...(1)

$\dfrac{A+B+1}{5} = A - B + 1$ ...(2)

De (1): $A + B = 7A - 7B$

$8B = 6A$

$\dfrac{B}{A} = \dfrac{3}{4} \Rightarrow A = 4k \wedge B = 3k$

De (2):

$A + B + 1 = 5A - 5B + 5$

$6B = 4A + 4$

$6(3k) = 4(4k) + 4$

$2k = 4$

$k = 2$

$\Rightarrow A = 8 \wedge B = 6$

$\therefore A \times B = 48$

Clave D

3 $C + S = 50$ ...(1)

$6S = 4C$ ...(2)

De (2): $S = \dfrac{4C}{6}$

Reemplazando:

$C + \dfrac{4C}{6} = 50$

$6C + 4C = 300$

$C = 30$

$\therefore 8C = 8 \times 30 = S/.240$

Clave C

4

$x - 7$ $22 - x$

7:00 horas   x   22:00 horas

$\dfrac{x-7}{2} = \dfrac{22-x}{3}$

$3x - 21 = 44 - 2x$

$5x = 65$

$x = 13$

$\Rightarrow$ Son las 13:00 horas = 1 p. m.

Clave B

5 Hoy gané: x

Ayer gané: $x + 20$

$x = \dfrac{5}{6}(x + 20)$

$6x = 5x + 100$

$\therefore x = S/.100$

Clave B

6 Sea n el número impar:

$n + n - 1 + n - 3 + n - 5 + 4(n + 2) = 199$

$4n - 9 + 4n + 8 = 199$

$8n = 199 + 1$

$n = 25$

$\therefore$ n.° menor $= 25 - 5 = 20$

Clave A

7 x: pavos; y: gallinas; z: patos

$x + z = 5$

$y + z = 7$

$x + y = 4$

Sumando las tres ecuaciones:

$2x + 2y + 2z = 16$

$x + y + z = 8$

Pero: $x + z = 5$

$\Rightarrow y + 5 = 8$

$\therefore y = 3$

Clave C

8 $96 = A + B + C$ ...(1)

$A = 3B$ ...(2)

$C = A + B$ ...(3)

Reemplazando (3) en (1):

$96 = C + C$

$\therefore C = 48$

Clave D

9 $A = 2B$ ...(1)

$A + B = 36$ ...(2)

Reemplazando (1) en (2):

$A + \dfrac{A}{2} = 36$

$\dfrac{3A}{2} = 36$

$\therefore A = 24$ años

Clave A

10

	-8	b
x	-2	a
y	2a	-b

Dato: $x - 2 + a = y - 2 + b$

$\therefore x - y = b - a$

Clave B

NIVEL 2 (Página 16)

11 Inicialmente se tienen 20 canarios.

Se escapan: x canarios

Quedan: $20 - x$

Traen: $\dfrac{20-x}{2} + 2$

Entonces:

$20 = (20 - x) + \dfrac{20-x}{2} + 2$

$18 = \dfrac{3(20-x)}{2}$

$\therefore x = 8$

Clave A

12 A: n.° kilogramos de arroz en el 1.er granero.

B: n.° kilogramos de arroz en el 2.° granero.

Por dato:

$A + B = 745$ ...(1)

$\dfrac{4}{5}A - \dfrac{4}{7}B = 20$ ...(2)

Multiplicando (2) por 5/4:

$A - \dfrac{5}{7}B = 25$ ...(3)



Restando (3) de (1):

$\frac{12}{7}B = 720$

$B = 420$ kg

$A = 325$ kg

∴ En el primer granero hay 325 kg.

Clave C

13 Un año bisiesto tiene 366 días.

x: días transcurridos

Por dato:

$\frac{x}{7} = \frac{(366 - x)}{5} - 6$

$5x = 7(336 - x)$

$12x = 2352$

$x = 196$

Entonces:

E F M A M J J

31 29 31 30 31 30 31

182 días + 14 días

196 días

Por lo tanto, la fecha es 14 de julio.

Clave E

14 L: longitud del alambre

Lado del cuadrado:

$\frac{L}{5} \Rightarrow \text{Área} = \frac{L^2}{25}$

Lado del triángulo equilátero:

$\left(\frac{L}{5}\right)\frac{1}{3} = \frac{L}{15}$

$\frac{L^2}{25} = \frac{L}{15}$

$L = \frac{25}{15}$

$\therefore L = \frac{5}{3}$

Clave C

15 A: gorriones

B: gaviotas

$\left.\begin{array}{l} 2A = B \\ 2A + 2B = 90 \end{array}\right\}$ $B + 2B = 90$

$B = 30$

$\Rightarrow A = 15$

Piden:

$30 + 15 - 24 = 21$

Clave B

16 x: libro, y: traje, z: sombrero

$\left.\begin{array}{l} 87 = x + y + z \\ z = 5 + x \\ z = y - 20 \end{array}\right.$

Resolviendo:

$87 = (y - 25) + y + y - 20$

$87 = 3y - 45$

$\therefore y = S/.44$

Clave A

17 $L = 800$ ...(1)

$L - \frac{8}{9}A = 744$ ...(2)

Reemplazando (1) en (2):

$800 - 744 = \frac{8}{9}A$

$\therefore A = \frac{56 \times 9}{8} = 63$ cm

Clave A

18 Sean:

a: número de billetes de 100

b: número de billetes de 50

c: número de billetes de 20

d: número de billetes de 10

Nos piden emplear todas las denominaciones:

$100a + 50b + 20c + 10d = 740$

Simplificando:

$10a + 5b + 2c + d = 74$

Para emplear el menor número de billetes, el valor de "a" debe ser el mayor posible.

Entonces

$10a + 5b + 2c + d = 74$

↓ ↓ ↓ ↓

6 2 1 2

∴ Entregará:

$6 + 2 + 1 + 2 = 11$ billetes

Clave C

19 Según las condiciones se tiene:

	Bus	Camina 5 cuadras
Gasta:	S/.1,20	S/.0,80
n.° de días:	30 – a	a

Luego se plantea:

$1{,}20(30 - a) + 0{,}80 \,.\, a = 28$

$a = 20$

∴ El n.° de cuadras que caminó en días es:

$20 \,.\, 5 = 100$

Clave A

NIVEL 3 (Página 17)

20 Caja: $C = 150$ g

$B = 2 + R;\; A = 4 + R;\; B = \frac{4}{5}A$

Piden: $x = C + 12A + 15B + 10R$

Tenemos:

$\frac{B}{A} = \frac{4}{5} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} B = 4k \\ A = 5k \end{array}\right.$

$A = 4 + R$

$B = 2 + R$ (–)

$A - B = 2$

$k = 2$

$\Rightarrow A = 10;\; B = 8;\; R = 6$

Reemplazando:

$x = 150 + 12 \times 10 + 15 \times 8 + 10 \times 6$

$\therefore x = 450$ g

Clave A

21 H: n.° de hombres

M: n.° de mujeres

$\Rightarrow H + M = 65$ ...(1)

Además del enunciado tenemos:

H M

$1 \rightarrow 1 = \frac{1(1+1)}{2}$

$2 \rightarrow 3 = \frac{2(2+1)}{2}$

$3 \rightarrow 6 = \frac{3(3+1)}{2}$

⋮ ⋮

$H \rightarrow M = \frac{H(H+1)}{2}$ ... (2)

Reemplazando (2) en (1):

$H + \frac{H(H+1)}{2} = 65$

$\Rightarrow H = 10 \wedge M = 55$

I. Verdadero

II. Falso

III. El sexto amigo bailó con:

$\frac{6}{2}x(6 + 1) = 21$ chicas.

(Verdadero)

Clave C



22 P: papá; M: mamá; H: hijo mayor; h: hijo menor

$P + M = 126$ ...(1)
$P + H = 106$ ...(2)
$M + h = 83$ ...(3)
$H - h = 9$ ...(4)

Sumando (2) y (3):

$\underbrace{P + M} + H + h = 189$

$126 + H + h = 189$

$H + h = 63$ ...(5)

De (5) y (4):

$H = \dfrac{63 + 9}{2} = 36 \quad \therefore\ H = 36$ kg

Clave E

23 x: número de alumnos
n: número de carpetas

Del enunciado:
$x = 6(n - 2) = 6n - 12$
$x = 4n + 12$

Entonces:
$4n + 12 = 6n - 12$
$24 = 2n$
$n = 12$
$\therefore x = 4(12) + 12 = 60$

Clave B

24 Del enunciado deducimos:

	Antes	Vende	Después
n.° de patos	n	5	n - 5
n.° de gallinas	2n	10	2n - 10
n.° de conejos	3n		3n

Luego de la condición final:
$3n = 2[(n - 5) + (2n - 10)]$

operando: $n = 10$
$\therefore$ n.° de conejos es $3 \cdot 10 = 30$

Clave C

25 Del enunciado tenemos:

$x \underline{|\ y}$, residuo 9, cociente 2 $\Rightarrow x = 2y + 9$ ... (1)

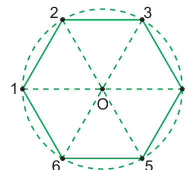
$(x + y) \underline{|\ x - y}$, residuo 9, cociente 2 $\Rightarrow x + y = (x - y) \cdot 2 + 9$

$x = 3y - 9$ ... (2)

Luego, igualando (1) y (2) tenemos:
$2y + 9 = 3y - 9$
$y = 18$
$\Rightarrow x = 45 \quad \therefore\ x = 45$

Clave A

26 Tomemos como modelo un hexágono regular en el cual el segmento que une dos vértices opuestos es el diámetro de la circunferencia circunscrita.



$4 - 1 = 3$
$5 - 2 = 3$
$6 - 3 = 3$
$\Rightarrow$ n.° lados = n.° vértices = 2(3) = 6
De modo similar en el problema, el estudiante 20 es diametralmente opuesto al estudiante 53, entonces:
n.° total estudiantes = 2(53 – 20) = 66
Por lo tanto, al estudiante 45 se le encuentra diametralmente opuesto el estudiante número:
$45 - 33 = 12$

Clave B

27 $\dfrac{A}{6} = \dfrac{B}{7} = \dfrac{C}{11} = k$

$\Rightarrow A = 6k$
$B = 7k$
$C = 11k$

Además:
$11k - 12 = 6k + a = 7k + b \quad ; \quad a + b = 12$
Expresamos a y b en función de k:
$\Rightarrow a = 5k - 12$
$b = 4k - 12$ (+)
$12 = 9k - 24$
$k = 4$
Piden:
$A + B + C = 24k = 24(4) = 96$
$\therefore$ Hay 96 clavos en total.

Clave E

28 $8000 + T + E \rightarrow 12$ meses
$6000 + T + E \rightarrow 10$ meses
$5800 + E \rightarrow 8$ meses
Se deduce de las 2 primeras proposiciones que está ganando S/.1000 mensuales, entonces:
$5800 + E = 8(1000)$
$E = 2200$

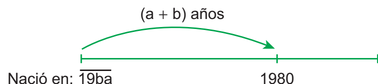
Finalmente: $6000 + T + 2200 = 10(1000)$
T = S/.1800

Clave C

Edades

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 23)

1



⇒ Sabemos:

$\overline{19ba} + a + b = 1980$

$a + b = 1980 - \overline{19ba}$

$a + b = 80 - \overline{ba}$

$a + b = 80 - 10b - a$

$11b + 2a = 80$

↓ ↓

6 7

⇒ Nació en 1967.

∴ Cumplirá (2a + b) = 20 años en:

1967 + 20 = 1987

Clave A

2 Sea y la edad de Elvis.

Sea 3x la edad de Jhon.

	Pasado	Presente	Futuro
Jhon	y/2	3x	2(y – 12)
Elvis	x	y	3x

Del cuadro tenemos

$y + y/2 = 3x + x \Rightarrow 8x = 3y$ ...(1)

Además:

$3x + 3x = 2(y - 12) + y \Rightarrow 6x = 3y - 24$ ...(2)

Resolviendo (1) y (2) tenemos:

$x = 12 \quad \wedge \quad y = 32$

∴ Jhon tiene: 3 . 12 = 36 +

Elvis tiene: 32

68 años

Clave E

3 Del enunciado tenemos:

$1987 - \overline{19ab} = 2\overline{ab}$

$87 - \overline{ab} = 2\overline{ab}$

$87 = 3\overline{ab}$

$\overline{ab} = 29$

⇒ Emilio nació en 1929.

∴ La suma de cifras es: 1 + 9 + 2 + 9 = 21

Clave E

4 Edad de Carlos: $\overline{ab}$; nació en $\overline{19ab}$

$\Rightarrow 1980 - \overline{19ab} = \overline{ab}$

$80 = 2\overline{ab}$

$\overline{ab} = 40$

Edad del abuelo: $\overline{cd}$; nació en $\overline{18cd}$

$\Rightarrow 1980 - \overline{18cd} = \overline{cd}$

$180 = 2\overline{cd}$

$\overline{cd} = 90$

⇒ La diferencia siempre es la misma:

90 – 40 = 50 años

Clave C

5 Sean las edades:

Del enunciado:

Hermano 1: A ⇒ $A - 2 = 3k$ ...(1)

Hermano 2: B $B - 2 = 4k$ ...(2)

Hermano 3: C $C - 2 = 5k$ ...(3)

Además:

$A + 2 = 5m$ ... (4) (4) ÷ (5) ∧ (1) ÷ (2)

$B + 2 = 6m$ ... (5) ⇒ $\dfrac{A+2}{B+2} = \dfrac{5}{6}$ $\dfrac{A-2}{B-2} = \dfrac{3}{4}$

$C + 2 = 7m$ ... (6)

Operando obtenemos:

A = 8 B = 10

⇒ De (4) y (1):

$m = 2 \wedge k = 2 \Rightarrow C = 12$

∴ El menor tiene 8 años.

Clave B

6

	Hace 5 años	Presente	Dentro de 6 años
Persona	x – 5	x	x + 6

Del enunciado tenemos:

$\sqrt{x-5} + \sqrt{x+6} = 11$

$\sqrt{x-5} = 11 - \sqrt{x+6}$

Elevando al cuadrado ambos miembros:

$x - 5 = 11^2 - 2 . 11 . \sqrt{x+6} + x + 6$

$2 . 11\sqrt{x+6} = 121 + 11$

$2 . \sqrt{x+6} = 11 + 1$

$(\sqrt{x+6})^2 = (6)^2$

$x + 6 = 36$

∴ La persona tiene: x = 30 años

Clave D



7 Luis nació en: $\overline{19ab}$

Del enunciado tenemos:

$$\overline{19ba} - \overline{19ab} = a + 3b$$
$$\overline{ba} - \overline{ab} = a + 3b$$
$$(10b + a) - (10a + b) = a + 3b$$
$$9b - 9a = a + 3b$$
$$6b = 10a$$
$$3b = 5a$$
$$\downarrow \quad \downarrow$$
$$5 \quad 3$$

El año en que nació: 1935

Cuando cumpla $(5a + 3b) = 30$ años

El año será $1935 + 30 =$ año actual

$\therefore$ El año es: 1965

Clave A

8

	Hace "b" años	Presente
Niño	b	2b
Padre	m . 2b – b	m . 2b

Sea x el número de veces.

Del enunciado:

$x \,.\, b = m \,.\, 2b - b$

$x \,.\, b = b(2m - 1)$; factorizamos

$\therefore\ x = (2m - 1)$ veces

Clave C

9

14 años   7 años

	1978	1992	1999
Rosa	x	2x	y

Sea x la edad de Rosa en 1978.

Del cuadro tenemos:

$x + 14 = 2x$

$x = 14$

$\Rightarrow$ En 1999 Rosa tendrá: y

$$2x + 7 = y$$
$$2\,.\,(14) + 7 = y$$
$$35 = y$$

$\therefore$ Tendrá 35 años.

Clave E

10

	Hace 7 años	Presente
Mayor	2x – 7	2x
Menor	x – 7	x

Sea x la edad del menor

Del enunciado tenemos:

$$(2x - 7) + (x - 7) = \frac{2x + x}{2} - \frac{1}{2}$$
$$3x - 14 = \frac{2x + x - 1}{2}$$
$$6x - 28 = 3x - 1$$
$$3x = 27$$

$\therefore$ El menor tiene: $x = 9$ años

Clave B

11 Sea $x + 5$ la edad actual de José.

	Hace 5 años	Presente	Dentro de 10 años
Anita	5x	5x + 5	5x + 5 + 10
José	x	x + 5	x + 5 + 10

Del enunciado tenemos:

$$5x + 5 + 10 = 2(x + 5 + 10)$$
$$5x + 15 = 2(x + 15)$$
$$5x + 15 = 2x + 30$$
$$3x = 15$$
$$x = 5$$

Edad José: $x + 5 = 10$ años; nació 1992.

$\Rightarrow$ Año actual 2002

Edad Anita: $5x + 5 = 30$ años

Año nacimiento Anita + Edad actual = Año actual

Año Nac. Anita + 30 = 2002

$\therefore$ Año nac. Anita = 1972

Clave A



12 Sea el año de nacimiento: $\overline{19xy}$

Del enunciado:

$$\overline{19xy} + a = a^2$$

$$\overline{19xy} = a(a-1)$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$45 \quad 44$$

$\Rightarrow a = 45$

$\overline{19xy} = 45 \times 44 = 1980$

$\therefore$ En 1995 la edad de la persona es:

1995 – 1980 = 15 años

Clave C

13 Sea x la edad de b hace "(m – a)" años.

	Hace "m – a" años	Presente	Dentro "m + a" años
A	mx	mx + m – a	mx + m – a + m + a
B	x	x + m – a	x + m – a + m + a

Del enunciado tenemos:

$$mx + m - a + m + a = a(x + m - a + m + a)$$

$$mx + 2m = a(x + 2m)$$

$$mx + 2m = ax + 2ma$$

$$mx - ax = 2ma - 2m$$

$$x(m - a) = 2m(a - 1)$$

$\therefore$ La edad que tenía B es: $2m.\dfrac{(a-1)}{(m-a)}$

Clave D

14 Sean las edades:

Mi edad: x

Tu edad: y

Del enunciado tenemos:

$x = 3y + 15$ ... (1)

$x = (y + 1)^2 - 16$ ... (2)

Igualando (1) y (2):

$$3y + 15 = (y + 1)2 - 16$$

$$0 = y^2 + 2y + 1 - 16$$

$$0 = y^2 + 2y - 3y - 15 - 16 + 1$$

$$0 = y^2 - y - 30$$

y –6

y 5

$\Rightarrow$ Tenemos: $y - 6 = 0 \quad \wedge \quad y + 5 = 0$

$y = 6$ ✓ $\qquad y = -5$ ✗

(No existe edad negativa)

$\Rightarrow y = 6 \wedge x = 33$

$\therefore$ Nuestras edades suman: 33 + 6 = 39 años

Clave E

PRACTIQUEMOS

NIVEL 1 (página 25)

1 Del enunciado tenemos:

Hijo 1:	x	
Hijo 2:	x + 3	
Hijo 3:	x + 3 + 2	(+)
Andrea:	x + 3 + 2 + 30	
Esposo:	x + 3 + 2 + 30 + 4	

$$5x + 3 . 4 + 2 . 3 + 2 . 30 + 4 = 102$$

$$5x + 82 = 102$$

$$x = 4$$

$\therefore$ El esposo tiene: 4 + 3 + 2 + 30 + 4 = 43 años

Clave B

2 1978 → a/2 } 14 años

1992 → a

2002 → x } 10 años

Entonces:

$$a - \frac{a}{2} = 14$$

$$a = 28$$

En el 2002 tendrá:

$x = 28 + 10$

$\therefore x = 38$ años

Clave C

3 x: mi edad

y: tu edad

Como se llevan 10 años, luego cuando x = 35

$\Rightarrow y = 25$

De esta manera:

	Presente	Futuro
Yo	x	25
Tú	x – 10	x

Del cuadro:

$$x + x = x - 10 + 25$$

$$x = 15 \text{ años}$$

Clave A



4

	Pasado 1.er caso	Pasado 2.° caso	Pasado 3.er caso
Yo	a	20	x
Tú	10	a	12

Del cuadro:

$a + a = 10 + 20$

$2a = 30$

$a = 15$

Por lo tanto:

$x = 12 + 5$

$x = 17$ años

Clave D

5 x: mi edad

y: tu edad

Del enunciado:

$\frac{x+5}{y} = \frac{3}{4}; \ \frac{x}{y+8} = \frac{1}{2}$

$4(x + 5) = 3y \wedge 2x = y + 8$

$y = 2x - 8$

Entonces:

$4(x + 5) = 3(2x - 8)$

$2x = 44$

$\therefore \ x = 22$

Clave A

6

	Pasado	Presente	Futuro
Yo	b	5a – 5	5a
Tú	a	b – 5	b

Del cuadro:

$b + b = a + 5a$

$b = 3a$

Por dato:

$\frac{5a-5}{2} = b - 5$

$5a - 5 = 2(3a - 5)$

$a = 5$

Por lo tanto:

$b - 5 = 3(5) - 5 = 10$ años

Clave A

7 a: Rubén

b: Marcos

Por dato:

$a = 4b$

	1977	2001
Rubén	4b	4b + 24
Marcos	b	b + 24

Del cuadro:

$4b + 24 + b + 24 = 63$

$5b = 15$

$b = 3$

En cualquier año la diferencia de edades es la misma.

$\therefore \ 4b - b = 3b = 3(3) = 9$ años

Clave D

8 Del enunciado:

	Pasado	Presente
Pepe	91 – 2a	2a
Juan	a	91 – 2a

Del cuadro:

$91 - 2a + 91 - 2a = a + 2a$

$182 - 4a = 3a$

$a = 26$

$\therefore$ Edad de Pepe: $2(26) = 52$ años

Edad de Juan: $91 - 52 = 39$ años

Clave B

9 J: edad de Jaime

L: edad de Lilian

$(J + 2) + (L + 2) = 40$

$J + L = 36$

Además:

$J - L = 2$

Resolviendo:

$L = \frac{36-2}{2} = 17$ años

Clave B



10 Año Edad

A	18	Año actual: N
A + 2	20	

$$(A + A + 2) - [(A - 18) + N] = 13$$
$$2A + 2 - A + 18 - N = 13$$
$$N - A = 7$$

Entonces, su edad actual es 25 años; pero, como aún no cumple años, tiene 24 años.

Clave D

NIVEL 2 (página 26)

11 Sea:

x: edad actual

$$\frac{x - n}{x + n} = \frac{2}{9}$$

Resolviendo:

$$9x - 9n = 2x + 2n$$
$$7x = 11n$$
$$x = \frac{11}{7}n$$

$$\therefore \frac{11}{7}n + 2n = \frac{25}{7}n$$

Clave B

12

$$1990 - \overline{19ab} = \frac{\overline{ab}}{2}$$
$$1990 - 1900 - \overline{ab} = \frac{\overline{ab}}{2}$$
$$90 = \frac{3}{2}(\overline{ab})$$
$$\overline{ab} = 60$$

$\Rightarrow$ Edad de José: $\frac{60}{2} = 30$

$\therefore$ Σcifras $= 3 + 0 = 3$

Clave B

13

	Pasado	Presente
A	2k + 2	2k + 6
B	2k	2k + 4
C	2k – 2	2k + 2

Por dato:

$6k + 12 = 30$

$k = 3$

$\Rightarrow$ La edad del mayor dentro de 30 años será:

$2k + 36 = 2(3) + 36 = 42$ años

Clave D

14 Del enunciado:

	Pasado	Presente	Futuro
Carlos	a – 1	b	90 – 2b
Juan	b – 5	a	2b

Del cuadro:

$2b + b = a + 90 - 2b$

$5b - a = 90$ ...(1)

$a - 1 + a = b + b - 5$

$b - a = 2$ ...(2)

De (1) y (2):

a = 20 años

b = 22 años

Clave A

15

	Pasado	Presente	Futuro
Yo	z	b	a
Tú	$\frac{7}{9}a$	a	(z + 42) – 12
Él		z	b

Del cuadro:

$a + z = b + \frac{7}{9}a$

$z + a = 2b$ ...(2)

$z + \frac{2}{9}a = b$ ...(1)

Restamos (1) y (2):

$\frac{7}{9}a = b$

En (2): $z + a = 2\left(\frac{7}{9}a\right)$

$$z = \frac{5}{9}a$$

Del cuadro:

$$z + z + 30 = a + \frac{7}{9}a$$
$$2z + 30 = \frac{16}{9}a$$
$$2\left(\frac{5a}{9}\right) + 30 = \frac{16}{9}a$$
$$\frac{2a}{3} = 30$$

$\Rightarrow a = 45$



Piden:

$(3b - z) - a = 3\left(\frac{7}{9}a\right) - \frac{5}{9}a - a = \frac{7}{9}a = \frac{7(45)}{9} = 35$

∴ Dentro de 35 años.

Clave C

16

	Pasado	Presente	Futuro
Yo	5b	3a	3a + 2a = 5a
Tú		a	3a
Él	3a	7b	

Por dato: $5b = 5a - 15$ ...(1)

Del cuadro: $5b + 7b = 3a + 3a$

$2b = a$ ...(2)

Reemplazamos (2) en (1):

$5b = 5(2b) - 15$

$b = 2b - 3$

$b = 3 \Rightarrow a = 6$

∴ Piden: $3a - a = 2a = 2(6) = 12$ años

Clave D

17

	Pasado 1.er caso	Pasado 2.° caso	Pasado 3.er caso	Presente
Yo	c	b	a	5d
Tú	d	c	b	a

Por dato: $c + d = 45$ ...(1)

Del cuadro: $b + b = c + a$

$2b = c + a$ ...(2)

$c + a = d + 5d$

$c + a = 6d$ ...(3)

Reemplazamos (2) en (3):

$6d = 2b$

$b = 3d$

Además: $c + c = d + b$

$2c = d + b$

$2c = d + 3d$

$c = 2d$ ...(4)

Reemplazamos (4) en (1):

$2d + d = 45$

$d = 15 \wedge c = 30$

∴ $c - d = 15$ años

Clave A

18 Del enunciado:

	Pasado	Presente	Futuro
Yo	3a – b	a	78 – b
Tú	$\frac{78-b}{2}$	b	78 – a

Del cuadro:

$3a - b + b = a + \frac{78 - b}{2}$

$4a + b = 78$ ...(1)

Por dato: $a + b = 42$ ...(2)

Resolviendo (1) y (2):

$a = 12$ años

$b = 30$ años

Si tú hubieras nacido 2 años antes, tu edad sería:

$b' = 30 + 2 = 32$

Si yo hubiera nacido 3 años después, mi edad sería:

$a' = 12 - 3 = 9$

∴ $32 - 9 = 23$ años

Clave B

19 El año de su nacimiento: $\overline{19ab}$

$2001 - \overline{19ab} = 1 + 9 + a + b$

$2001 - 1900 - 10a - b = a + b + 10$

$91 = 11a + 2b$

Por tanteo, los únicos números que cumplen son:

$a = 7 \wedge b = 7$

∴ Por lo tanto, nació en 1977.

Clave D

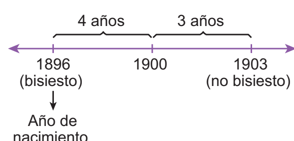


20 Debido a que Lucy nació un domingo y cumplió 7 años también un domingo, se deduce que en ese lapso no hubo ningún año bisiesto. Los años bisiestos son múltiplos de 4, excepto los años de fin de siglo que solo son bisiestos si son múltiplos de 400.

El año 1900 no fue bisiesto

$1900 \neq \overset{\circ}{400}$

Por lo tanto, esta situación se dio en 1903:



Finalmente, en 1996 cumplió:

$1996 - 1896 = 100$ años

Clave E

NIVEL 3 (página 27)

21 Del enunciado:

$1965 - \overline{19ab} = \overline{ab} - (a + b)$

$65 - \overline{ab} = \overline{ab} - a - b$

$65 - 10a - b = \overline{ab} - a - b$

$65 = a(9 + b)$

$5(13) = a(9 + b)$

$\Rightarrow a = 5 \ \wedge \ b = 4$

Nació en: $1965 - 5 \times 4 = 1945$

Clave E

22 Del enunciado:

$$\text{Año de nacimiento} = \text{Año actual} - \text{Edad actual}$$

$= \overline{19ab} - 90$

$= 1810 + \overline{ab}$

Ordenamos:

$$\begin{array}{r} 1810\,+ \\ \overline{ab} \\ \hline \hline \overline{1a9b} \end{array}$$

$\Rightarrow a + 1 = 9$

$a = 8$

Año actual: $\overline{198b}$

Año nacimiento: $\overline{189b}$

El orden de todas las velas se confundieron, entonces:

$b = 1$

$\therefore$ Año actual: 1981

Clave B

23 Considerar que no votó a los 18 años.

x: mi edad

y: tu edad

Del enunciado:

$x - y > 18$ ...(1)

$x = 2y$

...(2)

$x < 40$

Reemplazamos (2) en (1):

$x - \frac{x}{2} > 18$

$x > 36$

Entonces:

$36 < x < 40$

$\therefore x = 38$ años

Clave E

24 a: edad del padre

b: edad del hijo

$a \times b = 8\text{MCM}(a; b)$ ...(1)

$a + b = 6\text{MCD}(a; b)$ ...(2)

Por propiedad:

$\text{MCM}(a; b) \times \text{MCD}(a; b) = a \times b$

$\text{MCM}(a; b) \times \text{MCD}(a; b) = 8\text{MCM}(a; b)$

$\Rightarrow \text{MCD}(a; b) = 8$ ...(3)

$\Rightarrow a = 8p \ \wedge \ b = 8q$ ...(4)

($p \ \wedge \ q$ son PESI)

Reemplazando (3) y (4) en (2):

$a + b = 48$

$8(p + q) = 48$

$p + q = 6$

$\downarrow \quad \downarrow$

$5 \quad 1$



$\therefore\ a - b = 8(p - q) = 8(4)$

$= 32$ años

Clave C

25 P: suma actual de las edades de los padres.

H: suma actual de las edades de los hijos.

n: número de hijos.

Del enunciado:

Hoy: $P = 6H$ ...(1)

Hace 2 años:

$P - 4 = 10(H - 2n)$ ...(2)

Dentro de 6 años:

$P + 12 = 3(H + 6n)$ ...(3)

Reemplazamos (1) en (2):

$6H - 4 = 10H - 20n$

$20n - 4 = 4H$

$5n - 1 = H$ ...(4)

Reemplazamos (1) en (3):

$6H + 12 = 3H + 18n$

$3H = 18n - 12$

$H = 6n - 4$ ...(5)

Igualamos (4) y (5):

$5n - 1 = 6n - 4$

$\therefore\ n = 3$

Clave C

26 Edad de Alejandro: $\overline{ab}$

Edad de Carlos: $\overline{cd}$

Hoy: $\overline{abcd} = N_1^2$

Dentro de 11 años: $\overline{efgh} = N_2^2$

Sabemos:

$\overline{efgh} - \overline{abcd} = 1111$

$N_2^2 - N_1^2 = 1111$

$\Rightarrow (N_2 - N_1)(N_2 + N_1) = 11 \times 101$

Resolviendo:

$\left.\begin{array}{l} N_2 - N_1 = 11 \\ N_2 + N_1 = 101 \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} N_2 = 56 \\ N_1 = 45 \end{array}$

Entonces: $N_1^2 = 45^2 = 2025$

Por lo tanto:

Edad de Alejandro: 20 años

Edad de Carlos: 25 años

Clave A

27 Algunos años: n

	Hace n años	Actual	Dentro de n años
Yo	a – n	a	a + n

Del enunciado:

$(a + n)(a + n) - (a - n)(a - n) = 24a$

$(a^2 + 2an + n^2) - (a^2 - 2an + n^2) = 24a$

$4an = 24a$

$n = 6$

Piden:

$a + n - (a - n) = 2n = 2(6) = 12$

Clave D

28 Sea x mi edad actual.

	Hace 6 años	Presente	Dentro de x/3 años
Yo	x – 6	x	x + x/3

Del enunciado tenemos:

$$x - 6 = \frac{1}{2}\left(x + \frac{x}{3}\right)$$

$$2x - 12 = \frac{3x + x}{3}$$

$$6x - 36 = 4x$$

$$x = 18$$

$x + y = 3x$

$18 + y = 3 . 18$

$y = 36$

$\therefore$ Dentro de 36 años.

Clave B

29 L: edad de Laura

M: edad de la madre

P: edad del padre

$L + M + P = 66$ ...(1)

$M = \frac{P}{2} + 2$ ...(2)

$M = \overset{\circ}{3}$ ...(3)



Reemplazando (2) en (1):

$L + \frac{P}{2} + 2 + P = 66$

$L + \frac{3}{2}P = 64$

$2L + 3P = 128$

$(\overset{\circ}{3} - 1)L + \overset{\circ}{3} = \overset{\circ}{3} - 1$

$L = \overset{\circ}{3} + 1$

Reemplazando (3) en (1):

$L + P + M = 66$

$L + P = 66 - \overset{\circ}{3}$

$L + P = \overset{\circ}{3}$

Entonces:

$2L + 3P = 128$

↓	↓	
1	42	×
4	40	×
7	38	✓ $(L + P = \overset{\circ}{3})$
10	36	×
13	34	×

Por lo tanto:

$L = 7$ años

$P = 38$ años

$M = 21$ años

La edad del papá de Laura es 38 años.

Clave D

30

Edad del padre: $\overline{ab}$ } ambos utilizan

Edad del hijo: $\overline{ba}$ } las mismas velas

El hijo nació en $\overline{19ab}$.

El padre nació en $\overline{19ba}$.

Por dato:

$\overline{ab} - \overline{ba} = 27$

$\Rightarrow 10a - a + b - 10b = 27$

$a - b = 3$ ...(1)

Además:

$1999 - \overline{19ab} = \overline{ba}$

$99 - 10a - b = 10b + a$

$a + b = 2$ ...(2)

De (1) y (2): $a = 6 \wedge b = 3$

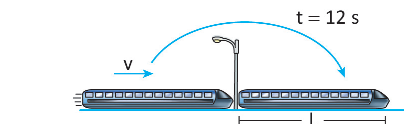
Edad del padre: 63 años

Edad del hijo: 36 años

Clave C

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 33)

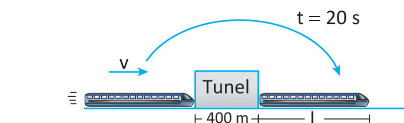
1



$\Rightarrow$ $e = vt$

$L = v \,.\, 12$

$v = \dfrac{L}{12}$ ...(1)



$\Rightarrow$ $e = vt$

$400 + L = v \,.\, 20$

$v = \dfrac{400 + L}{20}$ ... (2)

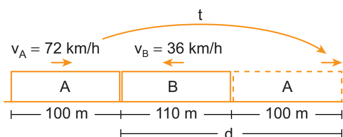
Igualando (2) y (1) tenemos:

$\dfrac{400 + L}{20} = \dfrac{L}{12}$

$\therefore\ L = 600$ m

Clave D

2



Transformando las velocidades de (km/h) a (m/s)

$v_A = 72$ km/h ; $v_B = 36$ km/h

$v_A = 72\left(\dfrac{5}{18}\right)$m/s ; $v_B = 36\left(\dfrac{5}{18}\right)$m/s

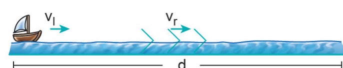
$v_A = 20$ m/s ; $v_B = 10$ m/s

Sabemos $t = \dfrac{d}{v_A + v_B} = \dfrac{110 + 100}{20 + 10}$

$\therefore\ t = 7$ segundos

Clave E

3

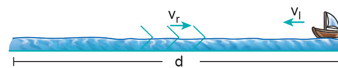


Donde:

Velocidad de ida = 45 km/h $\Rightarrow$ 45 km/h = $v_l + v_r$ ...(1)

Velocidad del río = v_r

Velocidad de la lancha = v_l



Velocidad de regreso = 19 km/h

$\Rightarrow$ 19 km/h = $v_l - v_r$ ...(2)

De (1) y (2) resolvemos:

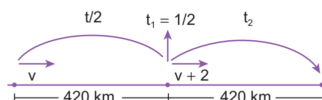
$$\begin{aligned} v_l + v_r &= 45 \\ v_l - v_r &= 19 \\ \hline 2v_l &= 64 \end{aligned} \quad +$$

$\therefore\ v_l = 32$ km/h

Clave B

4 Según el problema: $840 = v\,t$ ...(1)

Luego:



Donde:

$\dfrac{t}{2} + \dfrac{1}{2} + t_2 = t$

$\Rightarrow t_2 = \dfrac{t - 1}{2}$

Además:

$420 = (v + 2)(t_2)$

$420 = (v + 2)\left(\dfrac{t - 1}{2}\right)$ ...(2)

De (1) y (2):

$v = 2t - 2$ ...(3)

Reemplazamos (3) en (1):

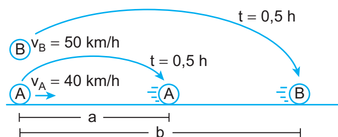
$840 = (2t - 2) \,.\, t$

$20 \,.\, 21 = (t - 1)(t)$

$\therefore\ t = 20$ horas

Clave D

5



Sabemos: $d = vt$

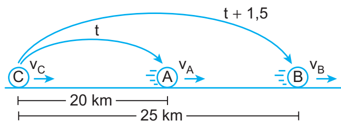
Para el móvil A: $a = 40 \,.\, 0,5$

$a = 20$ km

Para el móvil B: $b = 50 \,.\, 0,5$

$b = 25$ km





Sabemos: $t_A = \dfrac{d}{v_1 - v_2}$ t_A: tiempo de alcance

Alcance al móvil A: $t = \dfrac{20}{v_C - 40}$ ... (1)

Alcance al móvil B: $t + 1,5 = \dfrac{25}{v_C - 50}$

$\Rightarrow t = \dfrac{25}{v_C - 50} - \dfrac{3}{2}$ ... (2)

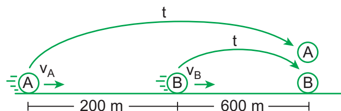
Igualamos (1) y (2):

$$\frac{20}{v_C - 40} = \frac{25}{v_C - 50} - \frac{3}{2}$$

$\therefore v_C = 60$ km/h

Clave D

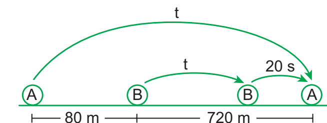
6



Sabemos: $d = v \cdot t$

Para el móvil A: $800 = v_A \cdot t$ ...(1)

Para el móvil B: $600 = v_B \cdot t$ ...(2)



$\Rightarrow$ Para el móvil B: $720 = v_B(t + 20)$

$720 = v_B \cdot t + 20v_B$ ...(3)

Reemplazamos (2) en (3):

$720 = 600 + 20\,v_B$

$v_B = 6$ m/s

De (2) tenemos:

$600 = 6 \cdot t$

$t = 100$ s

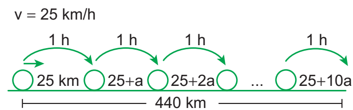
Finalmente en (1) tenemos:

$800 = v_A \cdot 100$

$\therefore\ v_A = 8$ m/s

Clave B

7



En la primera hora recorre: 25

En la segunda hora recorre: 25 + a +

⋮ " " " "

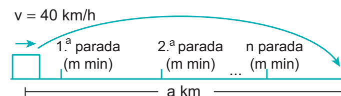
En la onceava hora recorre: 25 + 10a

$$25 \cdot 11 + a \cdot \frac{10 \cdot 11}{2} = 440$$

$\therefore\ a = 3$

Clave A

8



El tiempo que demora el tren: $t = \dfrac{a}{40}$ horas

El tiempo debido a las paradas:

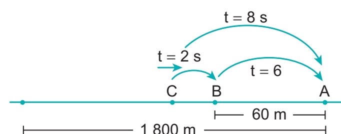
$m \cdot n$ min $= \dfrac{m \cdot n}{60}$ horas

$\Rightarrow\ = \dfrac{a}{40} + \dfrac{mn}{60}$

$\therefore$ El tiempo total es: $\dfrac{3a + 2mn}{120}$

Clave C

9



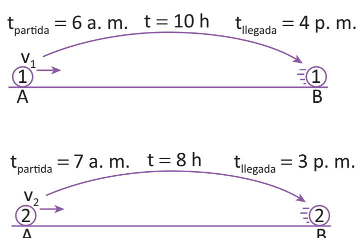
Del gráfico observamos:

La velocidad de B: $v_B = \dfrac{d}{t} = \dfrac{60\text{ m}}{6\text{ s}}$

$\therefore\ v_B = 10$ m/s

Clave A

10

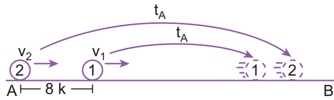




Sabemos que las velocidades son inversamente proporcionales a los tiempos cuando las distancias recorridas son las mismas.

$\Rightarrow v_1 = 8k \quad \wedge \quad v_2 = 10k$

Hora: 7:00 a.m.



A las 7:00 a. m. el móvil 1 ha recorrido (8k) km.

$\Rightarrow d = (8k)(1\text{ h})$

$d = 8k$

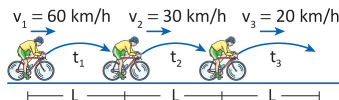
Donde t_A: tiempo de alcance

$$t_A = \frac{d}{v_2 - v_1} = \frac{8k}{10k - 8k} = 4h$$

$\therefore$ Se encontrarán: 7:00 + 4 h = 11:00 a.m.

Clave B

11



Sabemos: $t_1 = \frac{L}{v_1}$; $t_2 = \frac{L}{v_2}$; $t_3 = \frac{L}{v_3}$

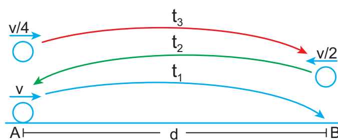
La velocidad media es:

$$v_m = \frac{L + L + L}{t_1 + t_2 + t_3} = \frac{3L}{\frac{L}{60} + \frac{L}{30} + \frac{L}{20}}$$

$\therefore v_m = 30$ km/h

Clave D

12



Sea el tiempo total: t

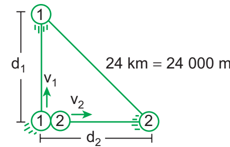
$\Rightarrow t = t_1 + t_2 + t_3$

$$t = \frac{d}{v} + \frac{d}{\frac{v}{2}} + \frac{d}{\frac{v}{4}}$$

$\therefore t = \frac{7d}{v}$

Clave C

13



Móvil 1: $d_1 = v_1 . t$
$d_1 = 40t$

Móvil 2: $d_2 = v_2 . t$
$d_2 = 30t$

Debido a que d_1 y d_2 son perpendiculares:

$24\,000^2 = d_1^2 + d_2^2$

$24\,000^2 = (40t)^2 + (30t)^2$

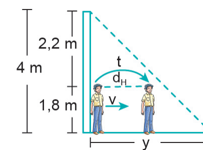
$24\,000 = \sqrt{2500t^2}$

$t = 480$ s

$\therefore t = 8$ min

Clave E

14



La rapidez de crecimiento de la sombra es: $V_s = \frac{y}{t}$

Donde d_H es la distancia recorrida por el hombre en un tiempo t.

$\Rightarrow d_H = v . t = 1{,}1t$

Aplicando semejanza de triángulos tenemos:

$$\frac{2,2}{d_H} = \frac{4}{y}$$

$$\frac{2,2}{1,1\,t} = \frac{4}{y} \Rightarrow \frac{y}{t} = 2$$

$\therefore V_S = 2$ m/s

Clave B

REFUERZA PRACTICANDO

NIVEL 1 (página 35)

1 t_{al}: tiempo de alejamiento

$$t_{al} = \frac{1500}{20 + 30}$$

$t_{al} = 30$ s

Clave B

2 t_E: tiempo de encuentro

$$t_E = \frac{180}{4 + 5}$$

$\therefore t_E = 20$ h

Clave A

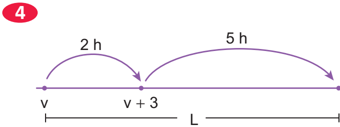


3 $v_T = 54\ \frac{km}{h} \times \frac{5}{18} = 15\ m/s$

$\therefore L_T = 15 \times 8 = 120\ m$

Clave C

4



Del enunciado:

$8v = 2v + (v + 3)5$

$8v = 7v + 15$

$v = 15\ km/h$

$\therefore L = 15 \times 8 = 120\ km$

Clave B

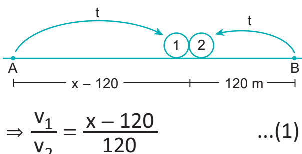
5 Veamos la relación entre la rapidez y el espacio recorrido de dos móviles para un mismo tiempo.

$d_1 = v_1 \times t$

$d_2 = v_2 \times t$

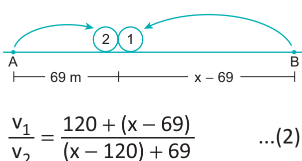
$\Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{d_1}{d_2}$

En el primer encuentro ($v_1 > v_2$):



$\Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{x - 120}{120}$ ...(1)

Para el segundo encuentro:



$\frac{v_1}{v_2} = \frac{120 + (x - 69)}{(x - 120) + 69}$ ...(2)

De (1) y (2): $\therefore x = 291\ m$

Clave B

6 d_{AB}: distancia entre A y B

v: velocidad del barco

v_R: velocidad del río

Del enunciado:

$d_{AB} = (v + v_R)5$

$d_{AB} = (v - v_R)7$

Entonces:

$5(v + v_R) = (v - v_R)7$

$v = 6v_R$

Por lo tanto:

$d_{AB} = (6v_R + v_R)5 = 35v_R$

Si una balsa es llevada por la corriente tendremos:

$d_{AB} = v_R \times t$

$35v_R = v_R \times t$

$\therefore t = 35\ h$

Clave B

7 De ida, $v = 80\ \frac{km}{h}$ y un tiempo t_1.

De regreso, $v = 20\ \frac{km}{h}$ y un tiempo t_2.

Sabemos:

$t_1 + t_2 = 10\ h$ ...(1)

Tanto de ida como de vuelta se recorre el mismo espacio, entonces:

$80 \times t_1 = 20 \times t_2$

$t_2 = 4t_1$

Reemplazamos en (1):

$t_1 + 4t_1 = 10$

$5t_1 = 10$

$\therefore t_1 = 2\ h$

Clave E

8 Usamos la velocidad relativa del camión respecto al tren, sería como si el tren estuviera detenido y el camión avanzara a:

$60 - 45 = 15\frac{km}{h} \times \frac{5}{18} = \frac{25}{6}\ m/s$

La distancia a recorrer sería 80 m del tren y 20 m del camión.

$\Rightarrow$ El tiempo que tarda el camión en pasar al tren es:

$t = \frac{80 + 20}{\frac{25}{6}} = 24\,s$

Clave A

9 v_T: velocidad del tren

L_T: longitud del tren

L: longitud del puente

Al pasar delante del poste:

$L_T = (v_T)10$

Al cruzar el puente:

$15 = \frac{L_T + L}{v_T}$

$15v_T = L_T + L$

$15v_T = 10v_T + L$

$L = 5v_T$

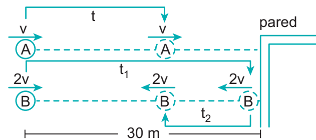
Piden:

$t = \frac{L_T + 3L}{v_T}$

$t = \frac{10v_T + 3(5v_T)}{v_T}$ $\therefore t = 25\ s$

Clave D

10 Graficando:



Debido a que el móvil B es más rápido que el móvil A, impactará primero en la pared. Después del impacto este se cruzará con el móvil A.

$\Rightarrow t = t_1 + t_2;\quad t_2 = t - t_1$

$v.t + 2v\,.\,t_2 = 30\ ;\ v.t + 2v(t - t_1) = 30$

$2v\,.\,t_1 = 30 \qquad v.t + 2v.t - \underbrace{2vt_1}_{} = 30$

$v.t + 2v.t - 30 = 30$

$3v.t = 60$

$v.t = 20\ m$

El móvil A recorre (d):

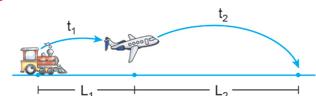
$d = v\,.\,t$

$\therefore d = 20\ m$

Clave D

NIVEL 2 (página 36)

11



$v_{tren} = 50\ km/h$

$v_{avión} = 200\ km/h$

$L_1 + L_2 = 720\ km$

$t_1 + t_2 = 6\ h$

Además:

$720 = 50t_1 + 200t_2$



$\Rightarrow 720 = 50t_1 + 200(6 - t_1)$

$720 = 50t_1 + 1200 - 200t_1$

$\Rightarrow t_1 = \frac{16}{5}$ h

$\therefore\ L_1 = 50 \times \frac{16}{5} = 160$ km

Clave C

12 L_t: longitud del tren

v_t: velocidad del tren

La primera distancia recorrida es la longitud del tren L_t

$v_t \times 7 = L_t$

Para el tiempo de cruce con la estación tenemos:

$22 = \dfrac{L_t + 360}{v_t}$

$\Rightarrow 22v_t = 7v_t + 360$

$15v_t = 360$

$\therefore\ v_t = 24$ m/s

Clave D

13 t: tiempo empleado en ir de A hacia B.

Del enunciado tenemos:

$d = 100t$

$d = 150(t - 2)$

Igualando:

$100t = 150t - 300$

$t = 6$ h

$\Rightarrow d = 100 \times 6 = 600$ km

Para llegar a las 2 p. m. se necesitarán 5 horas, entonces:

$v \times 5 = 600$

$\therefore v = 120$ km/h

Clave A

14 v_A: velocidad de Alfredo

v_R: velocidad de la corriente del río

$(v_A + v_R)5 = (v_A - v_R)15$

$v_A + v_R = 3v_A - 3v_R$

$v_R = \dfrac{v_A}{2}$

Cuando $v_R = 0$ el recorrido será:

$v_A \times t = d$

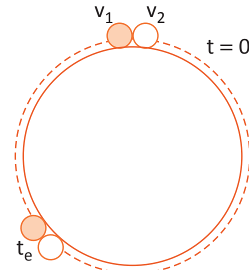
$\Rightarrow v_A \times t = (v_A + v_R)5$

$v_A \times t = (v_A + \frac{v_A}{2})5$

$\therefore t = 7{,}5$ min

Clave A

15 Si se mueven en sentidos opuestos:



t_e: tiempo de encuentro

$t_e = \dfrac{800}{v_1 + v_2} = 16$

$\Rightarrow v_1 + v_2 = 50 \qquad ...(1)$

Si van en el mismo sentido, usamos movimiento relativo.

$v_1 > v_2 \Rightarrow v_{1/2} = v_1 - v_2$

$v_{1/2}$: velocidad del móvil 1 respecto al móvil 2

$(v_1 - v_2)80 = 800$

$v_1 - v_2 = 10 \qquad ...(2)$

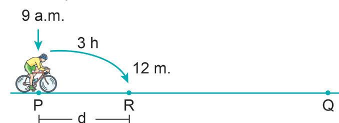
De (1) y (2):

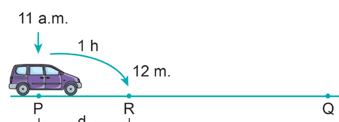
$v_1 = 30$ m/s $\wedge$ $v_2 = 20$ m/s

$\therefore \dfrac{v_1}{v_2} = \dfrac{3}{2}$

Clave A

16 R: punto del primer encuentro (12:00 m.)

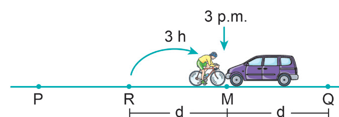




El ciclista en 3 h recorre d.

El auto en 3 h recorre 3d.

M: punto del segundo encuentro (3 h después)



$\therefore$ Del segundo gráfico se observa que al ciclista le falta recorrer una distancia d, entonces llegará a Q a las 6:00 p. m.

Clave A



17 Al cabo de 2 horas:



$$d_1 + 80 + d_2 = 320$$
$$2(v_A) + 80 + 2(v_B) = 320$$
$$v_A + v_B = 120$$

El tiempo de encuentro (t_E) es:

$$t_E = \frac{d}{v_A + v_B} = \frac{320}{120} = \frac{8}{3}h$$

Luego del encuentro, el tiempo para que estén separados 80 km es:

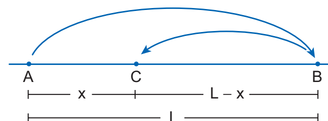
$$t_{al} = \frac{d}{v_A + v_B} = \frac{80}{120} = \frac{2}{3}h$$

Piden:

$$\frac{8}{3}h + \frac{2}{3}h - 2h = \frac{4}{3}h <> 1\,h\,20\,min$$

Clave B

18



Del enunciado:

$L + L - x = 123$

$2L = 123 + x$

$\Rightarrow 123 < 2L$

$61,5 < L$ ...(1)

Además:

$L = \overset{\circ}{11} \wedge L - x = \overset{\circ}{7}$

$\Rightarrow L > \underbrace{x}$

$L > 2L - 123$

$123 > L$ ...(2)

De (1) y (2): $61,5 < L < 123$

Tabulando: $2L = 123 + x$

L	x	$L - x = \overset{\circ}{7}$
66	9	57 ✗
77	31	46 ✗
88	53	35 ✓
99	75	24 ✗
110	97	13 ✗
121	119	2 ✗

$\therefore x = 53$ cm $\wedge$ $L = 88$ cm

Clave B

19 L: longitud del túnel

$v_1 = 52\ \frac{m}{s}$

$v_2 = 44\ \frac{m}{s}$

El tiempo que demora cada uno en aparecer es:

$$t_1 = \frac{L}{52} \wedge t_2 = \frac{L}{44}$$

Por dato: $t_2 - t_1 = 4$ s

$$\Rightarrow \frac{L}{44} - \frac{L}{52} = 4$$

$\therefore L = 1144$ m

Clave B

20 De acuerdo a las condiciones:

$(v_A - v_B)30 = 2 \times 420$

$v_A - v_B = 28$ ...(1)

Además:

$$6 = \frac{2(420)}{v_A + v_B}$$

$v_A + v_B = 140$ ...(2)

De (1) y (2):

$$v_B = \frac{140 - 28}{2}$$

$\therefore v_B = 56$ m/mín

Clave D

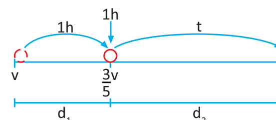
NIVEL 3 (página 37)

21 L: longitud total recorrida

T: tiempo empleado si el viaje fuera normal.

$\Rightarrow L = v \times T$

En el primer caso con 3 horas de atraso.



$\Rightarrow 2 + t = T + 3$

$t = T + 1$

$\Rightarrow L = d_1 + d_2$

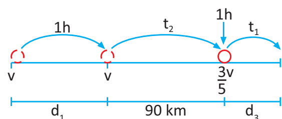
$$vT = v + \frac{3}{5}v(T+1)$$

$$T = 1 + \frac{3}{5}(T+1)$$

$T = 4$ h



En el segundo caso con 1,5 horas de atraso:



$\Rightarrow 1 + \frac{90}{v} + 1 + t_1 = T + 1{,}5$

$90 + vt_1 = 3{,}5v$

$\Rightarrow d_1 + 90 + d_3 = L$

$v + 90 + \frac{3}{5}vt_1 = 4v$

$90 + \frac{3}{5}vt_1 = 3v$

$90 + \frac{3}{5}(3{,}5v - 90) = 3v$

$v = 40$ km/h

$\therefore L = 40(4) = 160$ km

Clave C

22 $d = v \times t$

Del enunciado:

$d = \overline{mnpq}$

$\Rightarrow \overline{mnpq} = 340 \times 4$

$\overline{mnpq} = 1360$

$\therefore m + n + p + q = 1 + 3 + 6 + 0 = 10$

Clave A

23 Después de 2 horas el auto recorrió:
$80 \times 2 = 160$ km

El número de galones consumidos es:

$\dfrac{160\,\text{km}}{40\dfrac{\text{km}}{\text{galón}}} = 4$ galones

Por lo tanto, en el tanque quedan:
$20 - 4 = 16$ galones

A partir de las 2 h pasará un tiempo t hasta que se acabe la gasolina, entonces:

$16 - \frac{80t}{40} - \frac{1}{2} \times t = 0$

$16 - 2t - \frac{t}{2} = 0$

$t = 6{,}4$ h

Entonces, la distancia recorrida es:

$160 + 80(6{,}4) = 672$ km

Clave A

24 De los datos:
$e = 200$ km
$v = 120$ km/h

$\Rightarrow t = \frac{200\,h}{120} \cdot \frac{60\,min}{1\,h}$

$t = 100$ minutos

Si cada 10 min descansa 10 min.

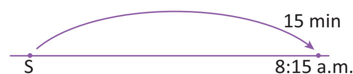
$\Rightarrow$ n.° de descansos $= \frac{100}{10} - 1 = 9$

$\Rightarrow$ t descansos $= 9 \cdot 10 = 90$ minutos

$\therefore$ Llegará a su destino en $100 + 90 = 190$ minutos

Clave A

25 Asumimos que el salchicha salió a las 8:00 a. m.
Para el salchicha tenemos:



Hora salida: 8:00 a. m.
Hora llegada: 8:30 a. m.

Para el gran danés tenemos:



Hora salida: 8:05 a. m.
Hora llegada: 8:25 a. m.

Por lo tanto, el gran danés encontró al salchicha en el puesto de periódico a los 10 minutos de haber partido.

Clave E

26 Longitud de la pista circular: 240 m
$v_A = 8$ m/s; $v_B = 5$ m/s; $v_C = 3$ m/s

A daría la vuelta en 30 s.
B daría la vuelta en 48 s.
C daría la vuelta en 80 s.

$\Rightarrow$ El tiempo que debe transcurrir para que se realice el primer encuentro es:

MCM(30; 48; 80) = 240 s = 4 min

Clave C

27 d: distancia entre A y B
El primer móvil tarda 10 h en ir de A hacia B, entonces:
$d = (v_1)10$ ...(1)

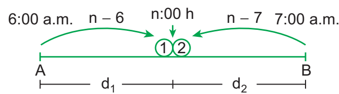
El segundo móvil tarda 8 h en ir de B hacia A, entonces:
$d = (v_2)8$ ...(2)



Por lo tanto, de (1) y (2):

$$10v_1 = 8v_2 \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{4}{5}$$

Supongamos que se encuentran a las n:00 horas, entonces tenemos:



Del gráfico:

$$d_1 + d_2 = d$$

$$v_1(n-6) + v_2(n-7) = 10v_1$$

$$v_1(n-6) + \frac{5v_1}{4}(n-7) = 10v_1$$

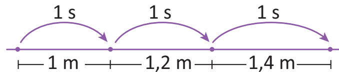
$$n - 6 + \frac{5}{4}(n-7) = 10$$

$$n = 11$$

$\therefore$ Se encontraron a las 11:00 a. m.

Clave A

28 De los datos



Aplicamos la ecuación del MRUV:

$$d = v_0 \,.\, t + \frac{1}{2}at^2$$

Primer segundo

$$1 = v_0 \,.\, (1) + \frac{1}{2}a(1)^2$$

$$1 = v_0 + \frac{a}{2} \qquad ...(1)$$

Los 2 primeros segundos

$$2{,}2 = v_0(2) + \frac{1}{2}a \,.\, (2)^2$$

$$2{,}2 = 2v_0 + 2a \qquad ...(2)$$

Resolviendo (1) y (2) tenemos:

$v_0 = 0{,}9$

$a = 0{,}2$

Piden el recorrido al cabo de 2 minutos

$$d = (0{,}9)(120) + \frac{1}{2}(0{,}2)(120)^2$$

$\therefore$ $d = 1548$ m

Clave C

29 $v_{sonido} = 340$ m/s

El primer eco se escucha a los 3 segundos, quiere decir que el recorrido es de ida y vuelta.

$2L_1 = 340 \times 3$

$L_1 = 510$ m

El segundo eco se escucha 3,6 segundos después del primer eco:

$2L_2 = 340 \times (3 + 3{,}6)$

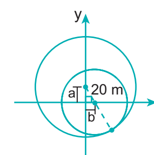
$L_2 = 1122$ m

La separación entre las montañas es:

$L_1 + L_2 = 510 + 1122 = 1632$ m

Clave E

30 Cuando son tangentes interiores:

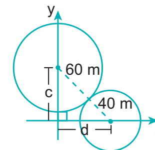


$a = 6t_1 \;\wedge\; b = 8t_1$

$\Rightarrow 20^2 = (6t_1)^2 + (8t_1)^2$

$\therefore t_1 = 2$ s

Cuando son tangentes exteriores:



$c = 6t_2 \wedge d = 8t_2$

$100^2 = (6t_2)^2 + (8t_2)^2$

$t_2 = 10$ s

Por lo tanto, pasaron de tangentes interiores a exteriores en:

$t = 10 - 2 = 8$ s

Clave E

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 45)

1 Del enunciado: $c = 7 \wedge T_t = 12$ s

$7 = \frac{12}{T_i} + 1 \wedge T_i = 2$ s

Para 12 minutos:

$c = \frac{12(60)}{2} + 1 \quad \therefore c = 361$ campanadas.

Clave B

2 Sabemos: $c = \frac{T_t}{T_i} + 1$

Donde: T_t: tiempo total
T_i: tiempo por intervalo
c: número de campanadas

Entonces, para 6 campanadas: $6 = \frac{5}{T_i} + 1 \Rightarrow T_i = 1$ s

Para 63 campanadas: $63 = \frac{T_t}{1} + 1 \quad \therefore T_t = 62$ s

Clave C

3 La aparición del fantasma dura el tiempo que demora el reloj en indicar las 12 de la noche.

Por dato:

–1 (n.° campanadas → n.° intervalos)

n.° campanadas	n.° intervalos	Tiempo
6	5	6
12	11	x

Aplicando regla de tres: $5 \cdot x = 11 \cdot 6$

$x = 13{,}2$

$\therefore$ La aparición del fantasma dura 13,2 s.

Clave D

4 Aplicando regla de tres simple, pero con intervalos:

–1 (n.° campanadas → n.° intervalos)

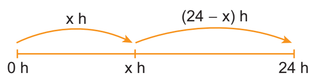
n.° campanadas	n.° intervalos	Tiempo
m – 1	m – 2	$(m-2)^2$
m + 3	m + 2	x

$\Rightarrow x = \frac{(m-2)^2(m+2)}{(m-2)} = (m-2)(m+2) = m^2 - 2^2$

$\therefore$ Tardará: $(m^2 - 4)$

Clave E

5



Del enunciado: $x = \frac{3}{5}(24 - x)$

$5x = 72 - 3x$

$x = 9$

Por lo tanto, son las 9:00 a.m.

Clave B

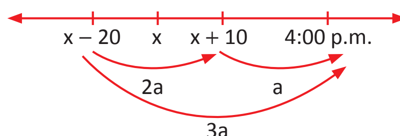
6 Sabemos: $c = \frac{T_t}{T_i} + 1$

Por dato: $5 = \frac{10}{T_i} + 1 \Rightarrow T_i = 2{,}5$ s

Piden: $25 = \frac{T_t}{2{,}5} + 1 \quad \therefore T_t = 60$ s

Clave C

7 Sea x la hora actual.



$2a = 30$ min $\Rightarrow a = 15$ min

$x + 25$ min = 4:00 p.m.

x = 3:35 p.m.

Clave B

8 Para que un reloj defectuoso, que sufre adelantos o atrasos, vuelva a marcar la hora correcta es necesario que acumule un adelanto o un atraso total de 12 h o 720 minutos.

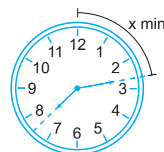
Entonces: 5 min ______ 1 h

12 h < > 720 min ______ x

$\Rightarrow x = \frac{720}{5} = 144$ h < > 6 días

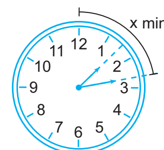
Clave B

9



Cuando empezó a estudiar: Hora: 7 h + x min.

Cuando dejó de estudiar:



Hora: 13 h + x min.



El tiempo transcurrido será:

(13 h + x min) – (7 h + x min) = 6 h

Clave A

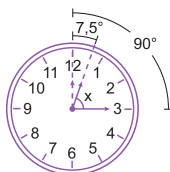
10 A la 1:18 el minutero ya pasó al horario, entonces:

$\theta = \frac{11}{2}M - 30H$

$\theta = \frac{11}{2}(18) - 30(1) \quad \therefore \theta = 69°$

Clave B

11



Sabemos: $H = \frac{M}{12}$

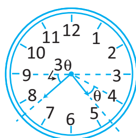
Si: M = 90° ⇒ H = 7,5°

⇒ x = 90° – 7,5° = 82,5° = 82° 30'

Piden: CC(x) = x = 82° 30'

Clave C

12



Sabemos: $H = \frac{M}{12}$

Si: M = x min. ⇒ $H = \frac{x}{12}$ min

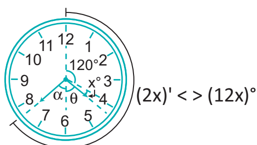
Del gráfico: $x + \frac{3x}{12} = 45$ min

⇒ x = 36 min

Por lo tanto, la hora es 4:36.

Clave A

13 Del gráfico:



Observamos

* $\alpha + \theta + x + 120 = 12x$

$\alpha + \theta + 120 = 11x$ ...(1)

* $\theta + x = 60$

$x = 60 - \theta$ ...(2)

Del dato tenemos: $\alpha - \theta = 3,75$

$\alpha = 3,75 + \theta$

$\alpha = 3,75 + 60 - x$ ...(3)

Reemplazando (2), (3) en (1) obtenemos x:

x = 18,75

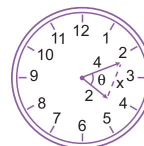
Finalmente: H = 7 h

M = 2x = 2 . (18,75) = 37,5

∴ La hora será: 7h 37' 30".

Clave A

14 Del gráfico



Hallando el ángulo entre las manecillas sabiendo que:

H = 4

$M = 10\frac{10}{11}$

$\theta = 30H - \frac{11}{2}M$

$\theta = 30(4) - \frac{11}{2}\left(10 + \frac{10}{11}\right)$

$\theta = 60°$

Aplicando la ley de cosenos para hallar la distancia entre los extremos de las manecillas:

$x = \sqrt{2^2 + 4^2 - 2 . 4 . 2 \cos 60°}$

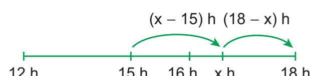
$x = 2\sqrt{3}$ cm

Clave B

REFUERZA PRACTICANDO

NIVEL 1 (página 47)

1



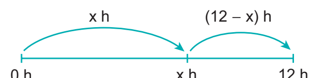
Del enunciado: (x – 15) = (18 – x)

⇒ x = 16,5

∴ Son las 4:30 p. m.

Clave A

2



Por dato: 2x = 4(12 – x)

2x = 48 – 4x

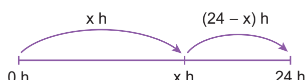
x = 8

Por lo tanto, la hora es 8:00 a. m.

Clave A



3



Del enunciado:

$24 - x = \frac{x}{2}$

$x = 16 \Rightarrow$ 4:00 p. m.

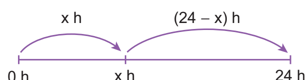
Hace 15 h era la 1:00 a. m., entonces transcurrió del día 1 h.

Piden:

4:00 p. m. + 2 h = 6:00 p. m.

Clave D

4



Del enunciado:

$x = \frac{5}{7}(24 - x)$

$7x = 120 - 5x$

$x = 10$

Para la reunión faltan:

19:00 h – 10:00 h = 9 h

Clave B

5 Por dato el adelanto es:

1 min ________ 0,25 h <> 15 min

y ________ 9 h

$\Rightarrow y = 36$ min.

Sabemos:

Hora marcada = Hora real + Adelanto

6:30 = Hora real + 36 min

$\therefore$ Hora real = 5:54 h <> 5h 54 min

Clave A

6 Sean y los minutos que se adelanta en 1 h, entonces:

y min ________ 1 h

720 min ________ 120(24 h)

$\Rightarrow y = 0,25$

Piden:

0,25 min ________ 1 h

6 min ________ x

$\therefore x = 24$ h

Clave A

7 Sabemos:

Hora marcada = Hora real + Adelanto

6:20 = 6:14 + Adelanto

Adelanto = 6 min

Calculamos el adelanto por hora:

x ________ 1 h

6 min ________ 15 h

$\therefore x = 0,4$ min = 24 s

Clave A

8 Del enunciado: $6 = \frac{15}{T_i} + 1$

$\Rightarrow T_i = 3$ s

Para 30 s:

$c = \frac{30}{3} + 1$

$\therefore c = 11$ campanadas

Clave C

9 Desde 1 minuto después del mediodía hasta las 12 de la noche hay:

12 horas $\Rightarrow$ 1 + 2 + 3 + ... + 12 = 78 camp.

12 medias hora $\Rightarrow$ 12 × 2 camp. = 24 camp.

12 cuartos de hora $\Rightarrow$ 12 × 1 camp. = 12 camp.

12 tres cuartos de hora $\Rightarrow$ 12 × 1 camp. = 12 camp.

Por lo tanto:

78 + 24 + 12 + 12 = 126 campanadas.

Clave A

10 Sabemos:

–1

n.° campanadas	n.° intervalos	Tiempo
m^2	$m^2 - 1$	$m + 1$
x	x – 1	1

Aplicando la regla de tres simple, con el n.° de intervalos y el tiempo:

$$x - 1 = \frac{(m^2 - 1)(1)}{(m + 1)}$$

$$x - 1 = \frac{(m - 1)(m + 1)}{(m + 1)}$$

$x = m$

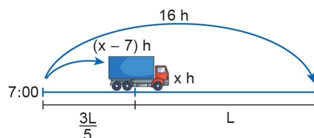


$\therefore$ Tocará m campanadas.

Clave A

NIVEL 2 (página 48)

11



Luego: $\left(\frac{3L}{5} + L\right)$ ———— 16 h

$\frac{3L}{5}$ ———— (x – 7) h

Resolviendo: x = 13

Por lo tanto, la hora es 1:00 p. m.

Clave B

12 El adelanto acumulado en 30 horas es:

3 min ———— 2 h

y ———— 30 h

$\Rightarrow$ y = 45 min

Sabemos:

Hora marcada = Hora real + Adelanto

11:15 = Hora real + 45 min

$\therefore$ Hora real = 10:30 a. m.

Clave B

13 Piden:

2 min ———— 1 h

720 min ———— x

$\therefore$ x = 360 h < > 15 días

Clave B

14 Cálculo del atraso:

3 min ———— 5 h

18 min ———— y

$\Rightarrow$ y = 30 h

Entonces:

lunes (8:00 p. m.) + 30 horas nos da:

miércoles (2:00 a. m.)

Clave C

15 Para las 6:00 h:

$6 = \frac{T_t}{T_i} + 1 \Rightarrow T_t = 5T_i$ ...(1)

En 38 s: $c = \frac{38}{T_i} + 1$ ...(2)

Por dato: $T_t = \frac{c}{2} \Rightarrow c = 2T_t$ ...(3)

Reemplazando (1) en (3):

$c = 2(5T_i) \Rightarrow c = 10T_i$ ...(4)

Reemplazando (4) en (2):

$10T_i = \frac{38}{T_i} + 1 \Rightarrow T_i = 2$ s

Entonces:

$8 = \frac{x}{2} + 1$

$\therefore$ x = 14 s

Clave B

16 Sabemos:

$C = \frac{S}{T_i} + 1 \Rightarrow T_i = \frac{S}{C-1}$

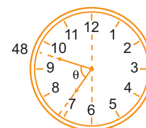
Piden: $C^2 - 1 = \frac{x}{T_i} + 1$

$C^2 - 1 = \frac{x}{\frac{S}{C-1}} + 1$

$\therefore x = \frac{S(C^2-2)}{C-1}$

Clave A

17 A las 7:48 (supuestamente) tenemos:



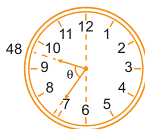
El minutero pasó al horario, entonces:

$\Rightarrow \theta = \frac{11}{2}(48) - 30(7)$

$\Rightarrow \theta = 54°$



Sin embargo, la hora correcta es:



El minutero aún no pasó al horario:

$\Rightarrow 54° = 30(9) - \frac{11}{2}M$

$\frac{11}{2}M = 216$

$\Rightarrow M = 39\frac{3}{11}$

∴ Isabel debió decir 9 h 39 min.

Clave D

18 Dato:

H = 11

M = 55

Sabemos

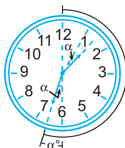
$\theta = 30\,H - \frac{11}{2}(M)$

$\theta = 30 \,.\, 11 - \frac{11}{2} \,.\, 55$

$\therefore\ \theta = 27°\ 30'$

Clave B

19 La hora es: H horas y M min.



$(2\alpha)' <> 6(2\alpha)°$

$\underline{H}$ $\quad$ $\underline{M}$

$\alpha°$ $\quad$ $(2\alpha)' <> 6(2\alpha)°$

$\Rightarrow\ 6(2\alpha)° - \alpha° = 180°$

$\alpha° = \left(\frac{180}{11}\right)°$

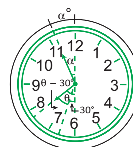
Luego:

$M = 2\alpha' = 2\left(\frac{180}{11}\right) = 32\frac{8}{11}$ min

$\therefore$ La hora es: 1h $32\frac{8}{11}$ min

Clave C

20 La hora es: H h M min



$2(\theta - 30)' <> 12(\theta - 30)°$

H $\quad$ M

$(\theta - 30)°$ $\quad$ $2(\theta - 30)' <> 12(\theta - 30)°$

$\Rightarrow\ 12(\theta - 30)° + \alpha° = 360°$

$12\theta° + \alpha° = 720°$

Dato $\Rightarrow$ $\underline{2\theta° - \alpha° = 99°}$

$\theta = 819/14$

$\therefore$ La hora es: 7h $2(\theta - 30)$ min. = 7:57

Clave D

NIVEL 3 (página 49)

21 Para el 1.er reloj:

1 min ________ 1 h

12 h < > 720 min ________ x

$\Rightarrow$ x = 720 h < > 30 días

Para el 2.° reloj:

2 min ________ 1 h

12 h < > 720 min ________ y

$\Rightarrow$ y = 360 h < > 15 días

Coincidirán en marcar la hora correcta cuando transcurra un tiempo común que contenga exactamente a 30 y 15, que es:

MCM(30; 15) = 30

Por lo tanto, los 2 relojes marcarán nuevamente la hora correcta dentro de 30 días.

Clave D

22 Sabemos:

n.° campanadas = n.° intervalos + 1

Por dato, el reloj de Ana da 3 campanadas en el mismo tiempo que el de Carlos da 2.

Para Ana:

3 = n.° intervalos + 1

$\Rightarrow$ n.° intervalos = 2

Para Carlos:

2 = n.° intervalos + 1

$\Rightarrow$ n.° intervalos = 1

$\Rightarrow \frac{\text{n° intervalos (Ana)}}{\text{n° intervalos (Carlos)}} = \frac{2k}{k}$



A una determinada hora (x:00 h) el reloj de Ana dio x campanadas, y el de Carlos (x – 3) campanadas.

$\Rightarrow (x) = (2k) + 1$ ...(I)

$\Rightarrow (x - 3) = (k) + 1$ ...(II)

Resolviendo (I) y (II): $x = 7$

$\therefore$ El hecho ocurrió a las 7:00.

Clave D

23 Para que dos relojes defectuosos (uno se adelanta y el otro se atrasa) vuelvan a marcar la misma hora por primera vez, es necesario que exista una diferencia de:

12 h < > 720 min entre lo que marca cada uno.

Luego, al cabo de 1 h habrá una diferencia de:

$3 + 6 = 9$ min

Para que la diferencia sea de 720 minutos deberá transcurrir:

$$\frac{720}{9} = 80 \text{ h}$$

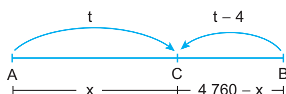
Para la tercera vez, entonces:

$$3 \times 80 \text{ h} = 240 \text{ h}$$

$\therefore$ Tienen que pasar 240 h.

Clave B

24



Sabemos: $d = v \cdot t$

$x = 340t$ ...(1)

$(4760 - x) = 340(t - 4)$ ...(2)

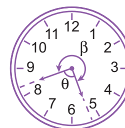
Reemplazando (1) en (2):

$4760 - x = x - 340(4)$

$\therefore x = 3060$ m

Clave B

25



Del enunciado: $\beta = 3\theta$

Del gráfico: $\theta + \beta = 360°$

$$\theta + (3\theta) = 360°$$

$$\Rightarrow \theta = 90°$$

El minutero pasó al horario, entonces:

$$\theta = \frac{11}{2}(M) - 30(h)$$

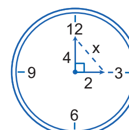
$$90° = \frac{11}{2}M - 30(5)$$

$$\Rightarrow M = 43\frac{7}{11}$$

$\therefore$ La hora es $5{:}43\frac{7}{11}$.

Clave A

26



A las 3:00 p. m. el ángulo entre las manecillas mide 90°.

Por el teorema de Pitágoras:

$$x^2 = 4^2 + 2^2$$

$$x = \sqrt{16 + 4}$$

$\therefore x = 2\sqrt{5}$ cm

Clave C

27 Si se atrasa 2 minutos cada hora, en 39 horas se atrasará:

2 min ________ 1 hora

x min ________ 39 horas

x = 78 min <> 1 h 18 min (atraso en 39 horas)



Ahora: 39 h = 24 h + 12 h + 3 h

2 p. m. 2 p. m. 2 a. m. 5 a. m.

Hoy 24 h mañana 12 h 3 h

Sabemos:

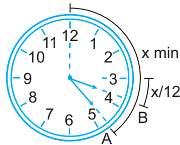
HM = HR – atraso

HM = 5 a. m. – 1h 18 min

$\therefore$ HM = 3:42 a. m.

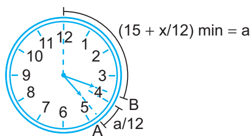
Clave D

28 Inicialmente:



Hora: 3 h x min

Finalmente:



De los 2 relojes igualamos los minutos correspondientes al arco $\overset{\frown}{BA}$: $x - 20 = \dfrac{a}{12}$

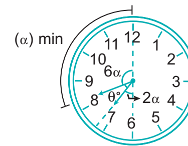
$$x - 20 = \frac{\left(15 + \frac{x}{12}\right)}{12}$$

$$\Rightarrow x = 21\frac{57}{143}$$

Por lo tanto, la hora es $3{:}21\frac{57}{143}$.

Clave D

29



Del gráfico: $\theta = 180° - 8\alpha$

Por fórmula:

$$\theta = \frac{11}{2}M - 30\,H$$

$$\Rightarrow (180 - 8\alpha) = \frac{11}{2}(60 - \alpha) - 30(7)$$

$$\Rightarrow \alpha = 24$$

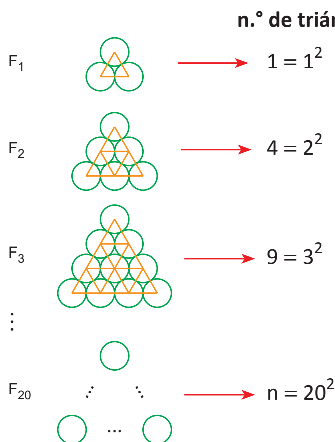
$\therefore$ La hora es 7:36.

Clave A

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 54)

1 Analizando el número de triángulos por figura y hallando la ley de formación o de recurrencia.

n.° de triángulos



$F_1 \rightarrow 1 = 1^2$

$F_2 \rightarrow 4 = 2^2$

$F_3 \rightarrow 9 = 3^2$

⋮

$F_{20} \rightarrow n = 20^2$

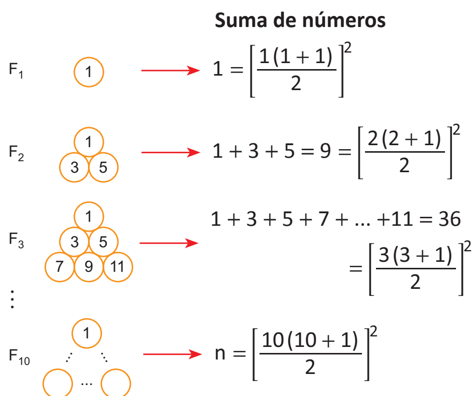
$\Rightarrow n = 20^2 = 400$

$\therefore$ Se podrán formar 400 triángulos.

Clave B

2 Hallando la suma de los números por figura y analizando la ley de formación o de recurrencia.

Suma de números



$F_1 \rightarrow 1 = \left[\dfrac{1(1+1)}{2}\right]^2$

$F_2 \rightarrow 1 + 3 + 5 = 9 = \left[\dfrac{2(2+1)}{2}\right]^2$

$F_3 \rightarrow 1 + 3 + 5 + 7 + ... + 11 = 36 = \left[\dfrac{3(3+1)}{2}\right]^2$

⋮

$F_{10} \rightarrow n = \left[\dfrac{10(10+1)}{2}\right]^2$

$\Rightarrow n = 55^2 = 3025$

$\therefore$ La suma es 3025.

Clave E

3 Sea

$E = \sqrt{10305050301 + 2040604020}$

Si sumamos:

$\Rightarrow E = \sqrt{12345654321}$

El número obtenido es capicúa, luego procedemos por inducción:

n.° central

$2 \quad \sqrt{121} = \underbrace{11}_{2}$

$3 \quad \sqrt{12321} = \underbrace{111}_{3}$

$4 \quad \sqrt{1234321} = \underbrace{1111}_{4}$

⋮

$6 \quad \sqrt{12345654321} = \underbrace{111\,111}_{6}$

$\therefore E = 111\,111$

Clave D

4 Procedemos utilizando la inducción:

$n = 1 \qquad \left(\dfrac{a}{b}\right)^1 + \left(\dfrac{b}{a}\right)^1 = 2$

$n = 2 \qquad \underbrace{\left(\dfrac{a}{b} + \dfrac{b}{a}\right)}_{2}{}^2 = \left(\dfrac{a}{b}\right)^2 + \left(\dfrac{b}{a}\right)^2 + 2 \cdot \dfrac{a}{b} \cdot \dfrac{b}{a} = 4$

$\Rightarrow \left(\dfrac{a}{b}\right)^2 + \left(\dfrac{b}{a}\right)^2 = 2$

$n = 3 \qquad \underbrace{\left(\dfrac{a}{b} + \dfrac{b}{a}\right)}_{2}{}^3 = \left(\dfrac{a}{b}\right)^3 + \left(\dfrac{b}{a}\right)^3 + 3 \cdot \dfrac{a}{b} \cdot \dfrac{b}{a} \cdot \underbrace{\left(\dfrac{a}{b} + \dfrac{b}{a}\right)}_{2} = 8$

$\Rightarrow \left(\dfrac{a}{b}\right)^3 + \left(\dfrac{b}{a}\right)^3 = 2$

$n = k \qquad \Rightarrow \left(\dfrac{a}{b}\right)^k + \left(\dfrac{b}{a}\right)^k = 2$; pues $k \in \mathbb{Z}^+$

$\therefore \left(\dfrac{a}{b}\right)^k + \left(\dfrac{b}{a}\right)^k = 2$

Clave B

5

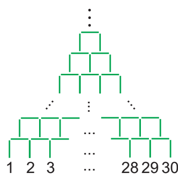
n.° de palitos

$\Rightarrow 3 = 1(1 + 2)$

$\Rightarrow 8 = 2(2 + 2)$

$\Rightarrow 15 = 3(3 + 2)$





$\therefore$ n.° de palitos = 29(29 + 2) = 899

Clave C

6 Por inducción:

$11^2 = 121 \Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 4 = 2^2$

$111^2 = 12\,321 \Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 9 = 3^2$

$1111^2 = 12\,34\,321 \Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 16 = 4^2$

$\vdots$

$\therefore E = (\underbrace{111...111}_{9\text{ cifras}})^2 \Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 9^2 = 81$

Clave C

7 Por inducción:

	n.° de triángulos
Fig. 1	$1 = 1(1+1) \times \frac{1}{2}$
Fig. 2	$3 = 2(2+1) \times \frac{1}{2}$
Fig. 3	$6 = 3(3+1) \times \frac{1}{2}$
$\vdots$	
Fig. 20	$20(20+1) \times \frac{1}{2} = 210$

Clave E

8 Por inducción:

$105^2 = 11\,025 \Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 9$

$1005^2 = 1\,010\,025 \Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 9$

$10005^2 = 100\,100\,025 \Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 9$

$\vdots$

$\therefore B = (\underbrace{100...005}_{105\text{ cifras}})^2 \Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 9$

Clave B

9 Por inducción:

$34^2 = 1156 \Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 13 = 6(1) + 7$

$334^2 = 111\,556 \Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 19 = 6(2) + 7$

$3334^2 = 11\,115\,556 \Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 25 = 6(3) + 7$

$\vdots$

$\therefore R = (\underbrace{333...334}_{21\text{ cifras}})^2 \Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 6(20) + 7 = 127$

Clave A

10

E $\rightarrow 2^0 = 1$

S S $\rightarrow 2^1 = 2$

P P P $\rightarrow 2^2 = 4$

$\vdots$

A ... A $\rightarrow 2^8 = 256$

$\therefore$ n.° maneras es: $2^8 = 256$

Clave D

11 Factorizando:

$A = 2(1 + 2 + 3 + ... + 37)$

$A = 2\left[\frac{37(38)}{2}\right]$

$\Rightarrow A = 1406$

$B = 2(1 + 4 + ... + 256 + 289)$

$B = 2(1^2 + 2^2 + ... + 16^2 + 17^2)$

$B = 2\left[\frac{17(18)(35)}{6}\right]$

$\Rightarrow B = 3570$ $\qquad \therefore A + B = 4976$

Clave B

12 Por inducción:

$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow \Sigma\text{elementos} = 8 = 2^3$

$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{bmatrix} \Rightarrow \Sigma\text{elementos} = 27 = 3^3$

$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \end{bmatrix} \Rightarrow \Sigma\text{elementos} = 64 = 4^3$

$\vdots$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & 19 & 20 \\ 2 & 3 & 4 & \cdots & 20 & 21 \\ 3 & 4 & 5 & \cdots & 21 & 22 \\ 4 & 5 & 6 & \cdots & 22 & 23 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ 19 & 20 & 21 & \cdots & 27 & 28 \\ 20 & 21 & 22 & \cdots & 28 & 29 \end{bmatrix}$$

$\Rightarrow \Sigma\text{elementos} = 20^3 = 8000$

Clave C

13 Por inducción:

	n.° de puntos de contacto
Fig. 1	$3 = \frac{3}{2} \times 1(1+1)$



Fig. 2 $\quad 9 = \frac{3}{2} \times 2(2+1)$

Fig. 3 $\quad 18 = \frac{3}{2} \times 3(3+1)$

$\vdots$

$\Rightarrow$ Fig. 20 $\quad = \frac{3}{2} \times 20(20+1) = 630$

$\therefore$ Habrá 630 puntos de contacto.

Clave C

14 Por inducción:

$\sqrt{44-8} = \sqrt{36} = 6$

$\sqrt{4444-88} = \sqrt{4356} = 66$

$\sqrt{444\,444-888} = \sqrt{443\,556} = 666$

$\vdots$

$\Rightarrow \sqrt{\underbrace{444...44}_{300\text{ cifras}} - \underbrace{888...88}_{150\text{ cifras}}} = \underbrace{666...66}_{150\text{ cifras}}$

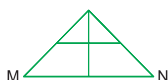
$\therefore \Sigma\text{cifras}(\underbrace{666...66}_{150\text{ cifras}}) = 6 \times 150 = 900$

Clave E

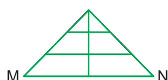
REFUERZA PRACTICANDO
NIVEL 1 (página 56)

1 Aplicamos inducción:

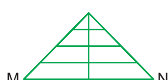
n.° de triángulos



1 recta $\rightarrow$ $3(1+1) = 6$

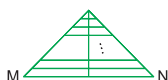


2 rectas $\rightarrow$ $3(2+1) = 9$



3 rectas $\rightarrow$ $3(3+1) = 12$

$\vdots$ $\qquad \vdots$



50 rectas $\rightarrow$ $3(50+1) = 153$

$\therefore$ n.° de triángulos es 153.

Clave C

2 n.° examen $\quad$ Puntaje

1 $\rightarrow$ $2 = 1^2 + 1$

2 $\rightarrow$ $5 = 2^2 + 1$

3 $\rightarrow$ $10 = 3^2 + 1$

4 $\rightarrow$ $17 = 4^2 + 1$

$\vdots$

$\therefore$ 12 $\quad = 12^2 + 1 = 145$

Clave D

3 $F_1 \Rightarrow 1 = 1^3$

$F_2 \Rightarrow 3 + 5 = 8 = 2^3$

$F_3 \Rightarrow 7 + 9 + 11 = 27 = 3^3$

$F_4 \Rightarrow 13 + 15 + 17 + 19 = 64 = 4^3$

$\vdots$

$\therefore F_{50} \Rightarrow \Sigma\text{términos} = 50^3 = 125\,000$

Clave E

4 Por inducción:

$1 \rightarrow 1 = 1^2$

$1 + 3 \rightarrow 4 = 2^2$

$1 + 3 + 5 \rightarrow 9 = 3^2$

$1 + 3 + 5 + 7 \rightarrow 16 = 4^2$

$\vdots$

$S = \underbrace{1 + 3 + 5 + ...}_{25\text{ términos}} = 25^2$

$\therefore S = 625$

Clave B

5 $34^2 = 1156 \Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 13 = 6(1) + 7$

$334^2 = 111\,556 \Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 19 = 6(2) + 7$

$3334^2 = 11\,115\,556 \Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 25 = 6(3) + 7$

$\vdots$

Finalmente:

$E = (\underbrace{333...3334}_{51\text{ cifras}})^2 \Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 6(50) + 7$

$\therefore \Sigma\text{cifras} = 307$

Clave B

6 El producto de números impares origina como resultado otro número impar, así tenemos:

$(\overset{\circ}{2} + 1)(\overset{\circ}{2} + 1) = \overset{\circ}{2} + 1 \Rightarrow$ impar

Cuando se multiplica un número impar por 5 el resultado termina en 5, así tenemos:

$5(2k + 1) = 10k + 5 = ...0 + 5 = ...5$

Finalmente:

$(1 \times 3 \times ⑤ \times 7 \times ...)^2 = \overline{...ab}$

impares

$(5 \times \text{impar})^2 = \overline{...ab}$

$(...5)^2 = \overline{...ab}$

$...25 = \overline{...ab}$

$\Rightarrow a = 2 \wedge b = 5$

$\therefore a + b = 7$

Clave B

7 $\overline{abc} \cdot b = 3792$

$\overline{abc} \cdot a = 1896$

Entonces:

$$\begin{array}{r} \overline{abc}\times \\ \overline{ab} \\ \hline 3792 \\ 1896 \\ \hline 22752 \end{array}$$

$\therefore \overline{abc} \times \overline{ab} = 22\,752$

Clave B

8 n.° de cuadriláteros

1 — $3 = 4(1) - 1$

1, 2 — $7 = 4(2) - 1$

1, 2, 3 — $11 = 4(3) - 1$

1, 2, 3, 4 — $15 = 4(4) - 1$

⋮

$\Rightarrow$ 1, 2, 3, 4, ..., 19, 20

$\therefore$ n.° de cuadriláteros $= 4(20) - 1 = 79$

Clave C

9 $\underbrace{a + \overline{aa} + \overline{aaa} + \overline{aaaa} + ... + \overline{aaa...aaa}}_{39\text{ sumandos}} = \overline{...yx1}$

$\Rightarrow 39 \times a = ...1$

$a = 9$

Ordenando:

$$\left.\begin{array}{r} 9\,+ \\ 9\,9 \\ 9\,9\,9 \\ 9\,9\,9\,9 \\ \vdots \\ 9\,9\,...\,9\,9\,9\,9 \end{array}\right\} 39\text{ sumandos}$$

$\overline{...y\,x\,1}$

$9 \times 39 = 351$

$9 \times 38 + 35 = 377 \Rightarrow x = 7$

$9 \times 37 + 37 = 370 \Rightarrow y = 0$

$\therefore R = (x - a)^y = (7 - 9)^0 = 1$

Clave A

10 Sabemos: $(...5)^n = ...5$

$(...1)^n = ...1$

Entonces: $3671^{31} = (...1)^{31} = ...1$

$825^{19} = (...5)^{19} = ...5$

$26^2 - 1 = 675$

Por lo tanto:

$E = 3671^{31} + (825^{19} + 1)(26^2 - 1)$

$E = (...1) + (...5 + 1)(675)$

$E = ...1 + (...6)(675)$

$E = ...1 + ...0$

$E = ...1$

Clave A

NIVEL 2 (página 57)

11 $11^2 = 121 \Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 4 = 2^2$

$111^2 = 12\,321 \Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 9 = 3^2$

$1111^2 = 12\,34\,321 \Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 16 = 4^2$

⋮

$\therefore M = (\underbrace{111\,111}_{6\text{ cifras}})^2 \Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 6^2 = 36$

Clave B

12 $95^2 = 9025 \Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 16 = 9(1) + 7$

$995^2 = 990\,025 \Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 25 = 9(2) + 7$

$9995^2 = 99\,900\,025 \Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 34 = 9(3) + 7$

⋮

$\therefore A = (\underbrace{999...995}_{101\text{ cifras}})^2 \Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 9(100) + 7 = 907$

Clave E

13 $6^2 = 36 \Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 9 = 9 \times 1$

$66^2 = 4356 \Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 18 = 9 \times 2$

$666^2 = 443\,556 \Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 27 = 9 \times 3$

⋮

$\therefore P = (\underbrace{666...6}_{500\text{ cifras}})^2 \Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 9 \times 500 = 4500$

Clave D

14 $E = \sqrt{200(201)(202)(203) + 1}$

Sea: $x = 200$

$E^2 = x(x + 1)(x + 2)(x + 3) + 1$

$E^2 = (x^2 + 3x)(x^2 + 3x + 2) + 1$

Sea: $x^2 + 3x = a$

$\Rightarrow E^2 = a(a + 2) + 1$

$E^2 = a^2 + 2a + 1 = (a + 1)^2 \Rightarrow E = a + 1$

$E = x^2 + 3x + 1$

$\therefore E = 200^2 + 3(200) + 1 = 40\,601$

Clave B

15 Aplicamos inducción:

	n.° cuadrados por lado	n.° triángulos
	1	1 . 2 = 2
	2	2 . 3 = 6
	3	3 . 4 = 12
⋮	⋮	⋮
	100	100 . 101 = 10 100

∴ n.° triángulos 10 100.

Clave D

16 Sea:

$M = [\overline{(a+3)(a+3)\ldots(a+3)}$ (101 cifras) $- \overline{(a-3)(a-3)\ldots(a-3)}]^2$ (101 cifras)

Vemos: (a + 3) – (a – 3) = 6

$\Rightarrow M = [\underbrace{666\ldots66}_{101}]^2$

Por inducción:

		Σcifras
$\underbrace{6}_{1}^2 = 36$	⇒	1 . 9 = 9
$\underbrace{66}_{2}^2 = 5356$	⇒	2 . 9 = 18
$\underbrace{666}_{3}^2 = 443\,556$	⇒	3 . 9 = 27
⋮		
$(\underbrace{666\ldots6}_{101})^2$	⇒	101 . 9 = 909

∴ Σcifras M = 909

Clave B

17 Sea: $5(2x^2 + 30) + \sqrt{10(15 + x^2)} = 420;\ x \in \mathbb{Z}^+$

Si hacemos:

$x^2 + 15 = a$

$\Rightarrow 10a + \sqrt{10a} = 420\ ;\ a \in \mathbb{Z}^+$

(10a ↓ $\mathbb{Z}^+$; 420 ↓ $\mathbb{Z}^+$)

$\Rightarrow \sqrt{10a} \in \mathbb{Z}^+$

↓

10 ⇒ 10 ✗

40 ⇒ 20 ✓ cumple en la ecuación

Luego:

$x^2 + 15 = 40$

$x = 5$

Piden: 2x + 5

∴ 2 . 5 + 5 = 15

Clave A

18 Por inducción:

n.° triángulos totales

1 ② → (② – 1)(② + 1) = 3

1 2 ③ → (③ – 1)(③ + 2) = 10

1 2 3 ④ → (④ – 1)(④ + 3) = 21

⋮

1 2 3 4 ... 48 49 50 (51)

⇒ (51 – 1)(51 + 50) = 5050

∴ Se cuentan 5050 triángulos.

Clave E

19 $\overline{1A} + \overline{2A} + \overline{3A} + \ldots + \overline{9A} = \overline{MN1}$

$\Rightarrow 9 \times A = \ldots 1$

$A = 9$



Luego:

$19 + 29 + 39 + ... + 99 = \overline{MN1}$

$$\left(\frac{19+99}{2}\right)9 = \overline{MN1}$$

$$531 = \overline{MN1}$$

$$M = 5 \wedge N = 3$$

Por lo tanto:

$(A - M - N)^{1997} = (9 - 5 - 3)^{1997} = 1$

Clave B

20 $R = (\underbrace{111...11}_{25\text{ cifras}} + \underbrace{222...22}_{25\text{ cifras}} + \underbrace{333...33}_{25\text{ cifras}})^2$

$R = (\underbrace{666...66}_{25\text{ cifras}})^2$

Por inducción:

$6^2 = 36 \Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 9 = 9 \times 1$

$66^2 = 4356 \Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 18 = 9 \times 2$

$666^2 = 443\,556 \Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 27 = 9 \times 3$

$\vdots$

$R = (\underbrace{666...66}_{25\text{ cifras}})^2 \Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 9 \times 25 = 225$

$\therefore \Sigma$cifras de R es: 225

Clave E

NIVEL 3 (página 58)

21 $33^2 = 1089 \Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 18 = 9 \times 2$

$333^2 = 110\,889 \Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 27 = 9 \times 3$

$3333^2 = 11\,108\,889 \Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 36 = 9 \times 4$

Entonces:

$\therefore P = (\underbrace{333...333}_{100\text{ cifras}})^2 \Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 9 \times 100 = 900$

Clave E

22 Aplicamos inducción:

n.° bolitas sombreadas

Fig. 1 → $1 = \frac{1 \times 2}{2}$

Fig. 2 → $3 = \frac{2 \times 3}{2}$

Fig. 3 → $6 = \frac{3 \times 4}{2}$

$\vdots$

Fig. 10 → $55 = \frac{10 \times 11}{2}$

$\therefore$ En la figura 10 hay 55 bolitas sombreadas.

Clave E

23 KARINA ⇒ 6 letras

$\therefore$ n.° de maneras de leer KARINA $= 2^{6-1} = 32$

Clave B

24

$F_1 \rightarrow 1$

$\Sigma\text{términos} = 1 = \frac{1(1+1)}{2}$

$F_2 \rightarrow$
1
2 ③

$3 = \frac{2(3)}{2} \Rightarrow \Sigma\text{términos} = 6 = \frac{3(3+1)}{2}$

$F_3 \rightarrow$
1
2 3
4 5 ⑥

$6 = \frac{3(4)}{2} \Rightarrow \Sigma\text{términos} = 21 = \frac{6(6+1)}{2}$

$F_4 \rightarrow$
1
2 3
4 5 6
7 8 9 ⑩

$10 = \frac{4(5)}{2} \Rightarrow \Sigma\text{términos} = 55 = \frac{10(10+1)}{2}$

⇒
1
2 3
4 5 6
7 8 9 10
$F_{10} \rightarrow$ ... ⓧ

$x = \frac{10(11)}{2} = 55$

$\therefore \Sigma\text{términos} = \frac{55(55+1)}{2} = 1540$

Clave D



25 $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

Entonces:

$A = (\underbrace{555...55}_{30\text{ cifras}})^2 - (\underbrace{444...44}_{30\text{ cifras}})^2$

$A = (\underbrace{999...99}_{30\text{ cifras}})(\underbrace{111...11}_{30\text{ cifras}})$

Por inducción:

$9 \times 1 = 9 \Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 9 = 9 \times 1$

$99 \times 11 = 1089$

$\Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 18 = 9 \times 2$

$999 \times 111 = 110\,889$

$\Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 27 = 9 \times 3$

$\vdots$

$\therefore A = (\underbrace{999...99}_{30\text{ cifras}})(\underbrace{111...11}_{30\text{ cifras}})$

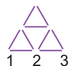
$\Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 9 \times 30 = 270$

Clave B

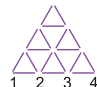
26 n.° de palitos



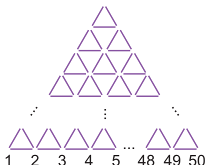
n.° de palitos: $3 = \frac{3}{2}(1)(1 + 1)$



n.° de palitos: $9 = \frac{3}{2}(2)(2 + 1)$



n.° de palitos: $18 = \frac{3}{2}(3)(3 + 1)$

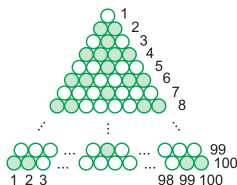


$\therefore$ n.° de palitos $= \frac{3}{2} \times 49(49 + 1)$

$= 3675$

Clave B

27



n.° de bolitas no sombreadas:

Hasta la $f_2 \Rightarrow 1 = 2(1^2) - 4(1) + 3$

Hasta la $f_4 \Rightarrow 3 = 2(2^2) - 4(2) + 3$

Hasta la $f_6 \Rightarrow 9 = 2(3^2) - 4(3) + 3$

Hasta la $f_8 \Rightarrow 19 = 2(4^2) - 4(4) + 3$

Por inducción:

Hasta la f_{100}

$\Rightarrow 2(50^2) - 4(50) + 3 = 4803$

$\therefore$ Hay 4803 bolitas no sombreadas.

Clave B

28

n.° de personas	n.° de apretones
2	$1 = \frac{2(2-1)}{2}$
3	$3 = \frac{3(3-1)}{2}$
4	$6 = \frac{4(4-1)}{2}$
$\vdots$	
40	$\frac{40(40-1)}{2} = 780$

$\therefore$ Se produjeron 780 apretones de mano.

Clave C

29 $E = (\underbrace{777...77}_{n\text{ cifras}} + \underbrace{222...225}_{(n-1)\text{ cifras}})^2$

Para n = 2:

$(77 + 5)^2 = 82^2 = 6724$

$\Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 19$

Para n = 3:

$(777 + 25)^2 = 802^2 = 643\,204$

$\Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 19$

Para n = 4:

$(7777 + 225)^2 = 8002^2 = 64\,032\,004$

$\Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 19$

$\vdots$

$\therefore$ Para cualquier valor de n:

$\Sigma\text{cifras}(E) = 19$

Clave C

30 Sabemos:

$(...4)^{\text{impar}} = ...4$

$(...4)^{\text{par}} = ...6$

$(...3)^{\overset{\circ}{4}} = ...1$

Entonces:

$15^{28} = (...5)^{28} = ...5$

$4^{23} = (...4)^{\text{impar}} = ...4$

$333^{16} = (...3)^{\overset{\circ}{4}} = ...1$

Por lo tanto:

$R = 15^{28} + 333^{16} + 4^{23}$

$R = ...5 + ...1 + ...4$

$R = ...0$

Clave E

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 65)

1 Por propiedad: $\frac{a+3a}{2} = 18$

$\Rightarrow\ 4a = 36\ \Rightarrow\ a = 9$

También: $\frac{b+7b}{2} = 12$

$\Rightarrow\ 8b = 24\ \Rightarrow\ b = 3$

Además: $\frac{c+4c}{2} = 15$

$\Rightarrow\ 5c = 30\ \Rightarrow\ c = 6$

$\therefore\ a^2 + b^2 + c^2 = 9^2 + 3^2 + 6^2 = 126$

Clave C

2 $S = 12 + 30 + 48\ \Rightarrow\ S = 90$

Por propiedad:

$\frac{x+y}{2} = 24\ \Rightarrow\ x + y = 48$

También:

$12 + z + 24 = 90$

$z + 36 = 90$

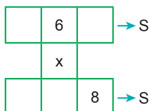
$z = 54$

Finalmente:

$x + y + z = 48 + 54 = 102$

Clave D

3



Del gráfico:

$2S + x = 2 + 4 + 6 + ... + 14 = 56$

$S = 23,\ x = 10$ (No cumple)

$S = 22,\ x = 12$ ✓

$S = 21,\ x = 14$ (No cumple)

$\therefore\ x = 12$

Clave A

4 Los números a distribuir son:

$3;\ 3^2;\ 3^3;\ ...;\ 3^{25}$

Como:

$P = m \times n \times p \times q \times r\ \wedge\ m \times n \times p \times q \times r = 3^x$

$\Rightarrow\ P = 3^x$

El producto de los términos de cada fila es igual a la constante mágica.

$P \times P \times P \times P \times P = 3 \times 3^2 \times 3^3\ ...\ 3^{25}$

$P^5 = 3^{25\,.\,13}$

$(3^x)^5 = 3^{25\,.\,13}$

$3^x = 3^{65}$

$\therefore\ x = 65$

Clave B

5

El término central es:

$e = \frac{12+18}{2}\ \Rightarrow\ e = 15$

Por propiedad: $\frac{b+11}{2} = 12\ \Rightarrow\ b = 13$

También: $12 + a = 11 + 18$

$a = 17$

$\therefore\ \sqrt{a-b} = \sqrt{17-13} = 2$

Clave E

6 Nos piden:

$A - B + C - D + E = \underbrace{(A+E)}_{2C} + C - \underbrace{(B+D)}_{2C} = C$

Luego:

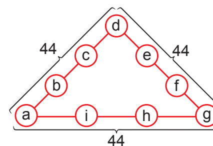
1; 3; 5; 8; 10; 12; 15; 17; 19

$\Rightarrow\ C = 10$

$\therefore\ A - B + C - D + E = 10$

Clave D

7



$3S = (7 + 8 + 9 + ... + 15) + a + d + g$

$3(44) = 99 + a + d + g$

$132 = 99 + a + d + g$

$a + d + g = 33$

Clave B



8

- Dicha suma constante se encuentra 6 veces y los números que se ubican en el círculo mayor 3 veces.

Luego:

$6S = (1 + 3 + 5 + ... + 19) + 2S$

$4S = 100$

$S = 25$

Clave C

9 Los números a distribuir son: 2; 4; 6; ...; 32

La suma de los números que se ubican en las casillas sombreadas es igual a la constante mágica.

Luego:

$4S = 2 + 4 + 6 + ... + 32$

$4S = 16 \times 17$

$S = 68$

Clave E

10 Por definición:

$2 . 4 . m . a = 2 . 4 . 2 . a$

$m = 2$

También:

$n . 1 . 4 . a = 2 . 4 . 2 . a$

$n = 4$

$\therefore\ m + n = 2 + 4 = 6$

Clave C

11 Por propiedad:

$\frac{m+n}{2} = 9 \Rightarrow m + n = 18$

$\frac{x+y}{2} = n \Rightarrow x + y = 2n$

$\frac{w+z}{2} = m \Rightarrow w + z = 2m$

$a + b + c + \cancel{n} = x + y + \cancel{m} + 9$

$\underline{\cancel{m} + d + e + f = w + z + \cancel{n} + 9}$

$a + b + c + d + e + f = 2(m + n) + 18$

$\therefore\ a + b + c + d + e + f = 54$

Clave B

12

$2 . a . 8 = 3 . 8 . b$

$\frac{a}{b} = \frac{3k}{2k}$

$a . 4 . b = 2 . 6 . 8$

$3k . 4 . 2k = 2 . 6 . 8$

$k^2 = 4 \Rightarrow k = 2$

Luego: $a = 3(2) = 6$

$b = 2(2) = 4$

$6 . a . 2x = 6 . 4 . 8$

$6 . x = 2 . 8$

$3x = 8$

Clave A

13

	7	8
3	b	
a		c

$3 + a = 7 + 8$

$a = 12$

$b = \frac{a+8}{2} \Rightarrow b = 10$

$c = \frac{3+7}{2} \Rightarrow c = 5$

Luego la constante mágica es: $3 \times 10 = 30$

5		
7	e	
	1	d

$5 + 7 = 1 + d$

$d = 11$

$e = \frac{5+d}{2} \Rightarrow e = 8$

Luego la constante mágica es: $3 \times 8 = 24$

$\therefore$ El producto de constantes es: $30 \times 24 = 720$

Clave A

14

	z	13
x	y	
	14	8

$\frac{x+14}{2} = 13 \Rightarrow x = 12$

$x + y = 13 + 8$

$y = 9$

$\frac{z+14}{2} = y \Rightarrow z = 4$



Entonces la constante mágica es: $3 \times 9 = 27$

3		1	d
	c		2
5		10	4
a	b	12	9

(27; 27; 27)

$a + b + 12 + 9 = 27$

$a + b + 21 = 27 \Rightarrow a + b = 6$

$3 + c + 10 + 9 = 27$

$c + 22 = 27 \Rightarrow c = 5$

$d + 2 + 4 + 9 = 27$

$d + 15 = 27 \Rightarrow d = 12$

$\therefore\ a + b + c + d = 6 + 5 + 12 = 23$

Clave B

PRACTIQUEMOS

NIVEL 1 (página 67)

1 Aplicamos propiedades:

- $4 = \dfrac{x + z}{2}$

  $x + z = 8$

- $1 = \dfrac{y + w}{2}$

  $w + y = 2$

$\therefore\ x + z + w + y = 8 + 2 = 10$

Clave C

2 Aplicamos propiedades:

- $\dfrac{1}{4} = \dfrac{B + A}{2}$

  $B + A = \dfrac{1}{2}$

- $\dfrac{7}{4} = \dfrac{D + C}{2}$

  $C + D = \dfrac{7}{2}$

$\therefore\ A + B + C + D = \dfrac{1}{2} + \dfrac{7}{2} = 4$

Clave D

3 Aplicamos propiedades:

- $\not{c} = \dfrac{12 + 0}{2}$

  $\not{c} = 6$

- $a = \dfrac{10 + 0 + 14}{3}$

  $a = 8$

- $14 = \dfrac{12 + b}{2}$

  $b = 16$

$\therefore\ a + b + c = 8 + 16 + 6 = 30$

Clave B

4 Aplicamos propiedades:

- $c = \dfrac{13 + 17}{2}$

  $c = 15$

- $a = \dfrac{11 + 13 + 3}{3}$

  $a = 9$

- $7 = \dfrac{13 + b}{2}$

  $b = 1$

$\therefore\ a + b + c = 9 + 1 + 15 = 25$

Clave D

5 Los números son: 1; 2; 3; 4; 5; 6, 7, 8; 9
El valor de $a + b + c$ es igual a la constante mágica S.

Luego:

$3S = 1 + 2 + ... + 9$

$3S = \dfrac{9\,.\,10}{2}$

$S = 15$

$\therefore\ S = a + b + c = 15$

Clave C

6 Los números son: 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13
El valor de $m + n + p$ es igual a la constante mágica S.

Luego:

$3S = 5 + 6 + 7 + ... + 13$

$3S = 81$

$S = 27$

$\therefore\ S = m + n + p = 27$

Clave E

7 Los números son: 10; 11; 12; 13; 14; 15, 16; 17; 18.
El valor de $a + b + c$ es igual a la constante mágica S.

Luego:

$3S = 10 + 11 + 12 + ... + 18$

$3S = 126$

$S = 42$

$\therefore\ S = a + b + c = 42$

Clave A



8 Por propiedad el término central e es:

$e = \frac{20 + 30}{2}$

$e = 25$

Además:

$20 + A = 10 + 25$

$\therefore A = 15$

Clave C

9 Por propiedad el término central e es:

$e = \frac{12 + 48}{2}$

$e = 30$

Además:

$24 + 30 = 12 + x$

$\therefore x = 42$

Clave B

10 Por propiedad el término central e es:

$e = \frac{6 + 24}{2}$

$e = 15$

Además:

$a + 24 = 12 + 15$

$\therefore a = 3$

Clave D

NIVEL 2 (página 68)

11 Por propiedad el término central e es:

$e = \frac{12 + 16}{2}$

$e = 14$

Además la suma mágica S es:

$S = 12 + 14 + 16$

$S = 42$

$\Rightarrow a + e + b = 42$

$a + 14 + b = 42$

$\therefore a + b = 28$

Clave E

12 Por propiedad el término central e es:

$e = \frac{5 + 23}{2}$

$e = 14$

Además la suma mágica S es:

$S = 5 + 14 + 23$

$S = 42$

$\Rightarrow x + e + y = S$

$x + 14 + y = 42$

$\therefore x + y = 28$

Clave C

13 Por propiedad el término central e es:

$e = \frac{9 + 13}{2}$

$e = 11$

Además por propiedad:

$9 + a = 15 + 13$

$a = 19$

$9 = \frac{15 + b}{2}$

$b = 3$

$\therefore a - b = 19 - 3 = 16$

Clave E

14 Los números son: 2; 4; 6; 8; 10; 12; 14; 16; 18.

$\Rightarrow 3S = 2 + 4 + 6 + ... + 18;$

S: constante mágica.

$S = 30$

Por propiedad el término central e es:

$e = \frac{S}{3}$

$e = \frac{30}{3} = 10$

$x + y = z + e$

$12 = z + 10$

$\therefore z = 2$

Clave A

15 Los números son: 4; 8; 12; 16; 20; 24; 28; 32; 36.

$\Rightarrow 3S = 4 + 8 + ... + 36;$

S: constante mágica.

$S = 60$

Por propiedad el término central e es:

$e = \frac{S}{3}$

$e = \frac{60}{3} = 20$

$a + e = b + c$

$a + 20 = 48$

$\therefore a = 28$

Clave D

16 Los números son: 3; 6; 9; 12; 15; 18; 21; 24; 27.

$\Rightarrow 3S = 3 + 6 + 9 + ... + 27;$

S: la constante mágica.

$S = 45$



Por propiedad el término central e es:

$e = \frac{S}{3} = \frac{45}{3}$

$e = 15$

Además:

$S = 9 + e + x$

$45 = 9 + 15 + x$

$x = 21$

$S = 27 + e + y$

$45 = 27 + 15 + y$

$y = 3$

$\therefore\ x + y = 21 + 3 = 24$

Clave C

17 Los números son: 11; 13; 15; 17; 19; 21; 23; 25; 27

$\Rightarrow\ 3S = 11 + 13 + ... + 27;$

S: constante mágica.

$3S = \frac{(11 + 27)}{2} . 9$

$S = 57$

Por propiedad el término central e es:

$e = \frac{S}{3} = \frac{57}{3}$

$e = 19$

Además:

- $S = 23 + e + a$

  $57 = 23 + 19 + a$

  $a = 15$
- $S = 27 + e + b$

  $57 = 27 + 19 + b$

  $b = 11$

$\therefore\ a - b = 15 - 11 = 4$

Clave A

18 La constante mágica S es:

$S = 13 + 23 + 21$

$S = 57$

Luego el término central a es:

$a = \frac{S}{3} = \frac{57}{3}$

$a = 19$

$c = \frac{27 + 23}{2}$

$c = 25$

$17 = \frac{23 + b}{2}$

$b = 11$

$\therefore\ a + b + c = 19 + 11 + 25 = 55$

Clave B

19 La constante mágica S es:

$S = 12 + 10 + 20$

$S = 42$

Luego el término central z es:

$z = \frac{S}{3} = \frac{42}{3}$

$z = 14$

$x = \frac{10 + 6}{2}$

$x = 8$

$16 = \frac{y + 10}{2}$

$y = 22$

$\therefore\ x + y + z = 8 + 22 + 14 = 44$

Clave C

20 Por propiedad:

$3m - 6 = \frac{m + n + m - n}{2}$

$3m - 6 = m$

$2m = 6$

$\therefore m = 3$

Clave C

NIVEL 3 (página 70)

21 Por propiedad:

$3a + 5a = 14 + 2$

$8a = 16 \qquad \therefore\ a = 2$

Clave D

22 Por propiedad:

- $2x + 1 = \frac{4x - 2 + x + 1}{2}$

  $4x + 2 = 5x - 1$

  $x = 3$
- $y + 5 = \frac{3x + x}{2}$

  $y + 5 = \frac{4x}{2}$

  $y + 5 = 2x$

  $y + 5 = 2 . 3$

  $y = 1$
- $4x - 2 = \frac{3x + z + 6}{2}$

  $4 . 3 - 2 = \frac{3 . 3 + z + 6}{2}$

  $z = 5$

$\therefore\ x + y + z = 3 + 1 + 5 = 9$

Clave A

23 Por propiedad el término central e es:

$e = \sqrt{5 . 20}$

$e = 10$

$\Rightarrow\ 1 . e = 5 . a$

$1 . 10 = 5 . a \qquad \therefore\ a = 2$

Clave B



24 Por propiedad:

$S = a + b + c + d$;

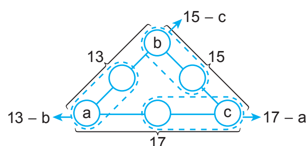
S: constante mágica.

$S = x + y + z + w$

$\therefore\ a + b + c + d - (x + y + z + w) = S - S = 0$

Clave A

25 La suma de los números que se ubican en los vértices es $(a + b + c)$.



Del gráfico:

$13 - b + 15 - c + 17 - a = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11$

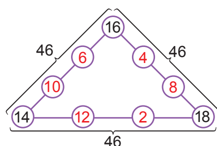
$45 - a - b - c = 36$

$\therefore\ a + b + c = 9$

Clave E

26 Como nos piden la mayor suma, en los vértices se debe ubicar los números mayores, es decir: 14; 16; 18.

Luego la distribución es la siguiente.



$\therefore$ La suma máxima es 46.

Clave A

27 Construyendo el cuadrado mágico con los números impares del 1 al 31.

25	15	23	1
3	21	13	27
5	19	11	29
25	15	23	1

→

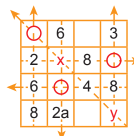
25		N	
	21	13	27
5	M	11	29

Comparando obtenemos:

$N \times M = 23 \times 19 = 437$

Clave E

28 En el cuadrado mágico mostrado, aplicando la definición se deduce lo siguiente:



- $6 \cdot x \cdot 2a = 6 \cdot 4 \cdot 8$

  $x = \dfrac{16}{a}$

- $2 \cdot x \cdot 8 = 3 \cdot 8 \cdot y$

  $2x = 3y$

  $\Rightarrow\ y = \dfrac{32}{3a}$

- $y \cdot 4 \cdot x = 2 \cdot 6 \cdot 8$

  $\dfrac{32}{3a} \cdot 4 \cdot \dfrac{16}{a} = 2 \cdot 6 \cdot 8$

  $a^2 = \dfrac{64}{9}$

  $a = \dfrac{8}{3}$

  $\therefore\ 3a = 8$

Clave D

29 Se pide la suma de los números de los casilleros sombreados.

Se distribuyen: 2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23.

19	3	11	33	
2	17	5	24	Par
7	13	23	43	
28	33	39	59	
Par				

En el tablero, como se distribuyen números impares (primos) a excepción del 2, y se suman 3 números, la suma, en su mayoría resulta impar, excepto cuando interviene el 2 en la suma.

En la diagonal principal tenemos: $59 = 23 + 19 + 17$ (Único caso), además, en las sumas pares se tiene que:

$24 = 2 + 5 + 17$; $28 = 2 + 7 + 19$

Reemplazando en el tablero según verifique, los números con los de la diagonal.

Finalmente, los números pedidos son los números primos que faltan ubicar: 3; 11; 13.

$\therefore\ 3 + 11 + 13 = 27$

Clave D

Operadores matemáticos

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 77)

1 Primero resolvemos el operador ◇:

$\diamond 3 = 2 \,.\, 3 = 6$

Luego, este valor lo reemplazamos en el operador que nos piden:

$\frac{3}{2\;\boxed{6}} = \frac{2^2 - 3^2}{5 \,.\, 6} = \frac{-5}{30} = \frac{-1}{6}$

Clave C

2 De la condición del operador tenemos:

$E = \triangle(-1) + \triangle(4) - \triangle(-6)$

$E = 2(-1) + 3 + 3 \,.\, 4 - 1 - ((2 \,.\, -6) + 3)$

$E = -2 + 3 + 12 - 1 + 12 - 3 \qquad \therefore E = 21$

Clave D

3 Si: $\boxed{x} = 2x + 5$

$\Rightarrow \boxed{(x+1)} = 2(x+1) + 5 = x + 4$

$\Rightarrow (x+1) = \frac{x-1}{2}$

Hacemos un cambio de variable:

$x + 1 = m; \; x = m - 1$

$(m) = \frac{m-1-1}{2} \Rightarrow (m) = \frac{m-2}{2}$

Nos piden:

$(4) = \frac{4-2}{2} = 1 \;\wedge\; (-3) = \frac{-3-2}{2} = \frac{-5}{2}$

$((4) - (-3)) = \left(1 - \left(-\frac{5}{2}\right)\right) = (7/2) = \frac{7/2 - 2}{2} = \frac{3}{4}$

Clave A

4 Si $a * b = \underbrace{(a+b)(a+b) \ldots (a+b)}_{(a+b) \text{ veces}}$

$\Rightarrow a * b = (a+b)^{(a+b)}$

Nos piden

$E = [(a+b) * (a+b)] = (a+b+a+b)^{(a+b+a+b)}$

$\Rightarrow E = [2(a+b)]^{2(a+b)}$

$\Rightarrow E = \{[2(a+b)]^2\}^{(a+b)} = [2^2(a+b)^2]^{(a+b)}$

$\therefore E = [4(a+b)^2]^{(a+b)}$

Clave B

5 Si: $P\left(\frac{x}{y}\right) = P(x) - P(y)$

$\Rightarrow P\left(\frac{9}{3}\right) = P(9) - P(3)$

$P(3) = P(9) - P(3)$

$2P(3) = P(9)$

$\therefore 2 = \frac{P(9)}{P(3)}$

Clave C

6 Como: $f(1) = 1; \; f(i+1) = f(i) + 2i + 1$

$\Rightarrow f(2) = f(1) + 2 \,.\, 1 + 1 = 4 = 2^2$

$f(3) = f(2) + 2 \,.\, 2 + 1 = 9 = 3^2$

$f(4) = f(3) + 2 \,.\, 3 + 1 = 16 = 4^2$

$\vdots$

$f(10) = 10^2$

$\vdots$

$f(100) = 100^2$

Nos piden: $E = \frac{\sqrt{f(100)}}{\sqrt{f(10)}} = \frac{\sqrt{100^2}}{\sqrt{10^2}} = \frac{100}{10} = 10$

Clave B

7 Como: $a * b = \frac{a^b + b^a}{a+b}$

$\Rightarrow (1 * 2) = \frac{1^2 + 2^1}{1+2} = \frac{3}{3} = 1$

$\Rightarrow \underbrace{(1 * 2)}_{} * 3$

$1 * 3 = \frac{1^3 + 3^1}{1+3} = \frac{4}{4} = 1$

$\Rightarrow \underbrace{((1 * 2) * 3)}_{} * 4$

$1 * 4 = \frac{1^4 + 4^1}{1+4} = \frac{5}{5} = 1$

$\Rightarrow \underbrace{(((\ldots(((1 * 2) * 3) * 4) \ldots) * 1999) * 2000)}_{(1 * 2000) = 1}$

Clave D

8 Como: $(x) = ax + b$

$\Rightarrow ((x)) = (ax+b) = (a(ax+b)+b) = (a^2x + ba + b)$

$\Rightarrow (a^2x + ba + b) = a(a^2x + ba + b) + b = a^3x + a^2b + ab + b$

$\Rightarrow a^3x + a^2b + ab + b = 8x + 21$

$a = 2 \;\wedge\; b = 3$

$\Rightarrow (x) = 2x + 3$

Nos piden:

$(1) = 2 \,.\, 1 + 3 = 5$

$((1)) = (5) = 2 \,.\, 5 + 3 = 13$

$\therefore ((1)) + (1) = 13 + 5 = 18$

Clave E



9 De la tabla resolvemos:

$[(x * b) * c] * \underline{(d * d)} = \underline{(a * c)} * b$

$[(x * b) * c] * \quad d \quad = \quad \underline{d * b}$

$\underline{[(x * b) * c]} * \quad d \quad = \quad b$

$\qquad b$

$\Rightarrow [\underline{(x * b)} * \ c] = b$

$\qquad c$

$\Rightarrow (x * b) = c \qquad \therefore\ x = a$ **Clave D**

10 De la tabla resolvemos:

$(\underline{(b * c) * x}) * a = d$

$\qquad d$

$\Rightarrow \underline{(b * c)} * x = d$

$\qquad d \quad * x = d \qquad \Rightarrow x = a$ **Clave B**

11 Si: $a \triangledown b = \sqrt{\dfrac{a * b}{a - b}} \ \wedge\ m * n = m + 2n$

$\Rightarrow\ 8 \triangledown 4 = \sqrt{\dfrac{8 * 4}{8 - 4}} = \sqrt{\dfrac{8 + 2\,.\,4}{4}} = \sqrt{4} = 2$

$2 \triangledown 1 = \sqrt{\dfrac{2 * 1}{2 - 1}} = \sqrt{\dfrac{2 + 2\,.\,1}{1}} = \sqrt{4} = 2$

$\therefore E = \dfrac{8 \triangledown 4}{2 \triangledown 1} = \dfrac{2}{2} = 1$

Clave D

12 Si: $a * b = 2a\sqrt{b * a}$ ...(1)

$b * a = 2b\sqrt{a * b}$ ...(2)

Reemplazando (2) en (1) tenemos:

$a * b = 2a\sqrt{2b\sqrt{a * b}}$

$\Rightarrow\ (a * b)^2 = 4a^2\,.\,2b\,.\,\sqrt{a * b}$

$(a * b)^4 = 16a^4\,.\,4b^2(a * b)$

$\Rightarrow a * b = 4\sqrt[3]{a^4\,.\,b^2}$

Piden: $R = 1 * 27 = 4\sqrt[3]{1^4\,.\,27^2} = 4\,.\,9 = 36$

Clave A

13 Tenemos: $\textcircled{x+n} = x^2 - n^2 = (x - n)(x + n)$

Hacemos un cambio de variable:

$x + n = a\ \Rightarrow\ x = a - n$

$\textcircled{a} = (a - n - n)(a)$

$\textcircled{a} = a^2 - 2na$

Dato:

$\textcircled{2} = 1$ ...(1)

$\Rightarrow \textcircled{2} = 2^2 - 2n\,.\,2$ ...(2)

Igualamos las expresiones (1) y (2):

$1 = 4 - 4n$

$n = \dfrac{3}{4}$

Piden $\sqrt{n} = \sqrt{\dfrac{3}{4}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Clave C

14 Como: $m \triangle n = 3(n \triangle m)^2$ ...(1)

$\Rightarrow n \triangle m = 3(m \triangle n)^2$ ...(2)

Reemplazamos (2) en (1):

$m \triangle n = 3(3(m \triangle n)^2)^2$

$m \triangle n = 3(9(m \triangle n)^4)$

$m \triangle n = 27(m \triangle n)^4$

$\dfrac{1}{27} = (m \triangle n)^3$

$\Rightarrow\ m \triangle n = \sqrt[3]{\dfrac{1}{27}} = \dfrac{1}{3}$

Nos piden:

$\underbrace{(2 \triangle 3)} \triangle 4$

$\underbrace{\dfrac{1}{3} \ \triangle\ 4}$

$\dfrac{1}{3} \qquad \therefore\ (2 \triangle 3) \triangle 4 = 1/3$

Clave D

REFUERZA PRACTICANDO

NIVEL 1 (página 79)

1 $P \triangle Q = P^2 - 3Q$

$x \triangle 4 = 5 \triangle 2$

$x^2 - 3(4) = 5^2 - 3(2)$

$x^2 - 12 = 19$

$x^2 = 31$

Clave E

2 $\left[\begin{array}{l} a \\ b \\ c \end{array}\right. = b(a - c)$

$\left[\begin{array}{l} 6\sqrt{2} \\ x \\ \sqrt{2} \end{array}\right. = 20$

$x(6\sqrt{2} - \sqrt{2}) = 20$

$x(5\sqrt{2}) = 20$

$x = 2\sqrt{2}$

$x = \sqrt{8}$

Clave E

3 $a \triangle b = 2a + 3b$

$(x - 1) \triangle 4 = x^2 - 5$

$2(x - 1) + 3(4) = x^2 - 5$

$2x - 2 + 12 = x^2 - 5$

$x^2 - 2x - 15 = 0$

$(x - 5)(x + 3) = 0$

$x = 5\ \vee\ x = -3$

Clave A



4 $\textcircled{x} = ax + b$

$\textcircled{\textcircled{x}} = 4x + 6$

$\textcircled{ax+b} = 4x + 6$

$a(ax + b) + b = 4x + 6$

$a^2x + ab + b = 4x + 6$

$a = 2;\ b = 2$

$\textcircled{2} + \textcircled{\textcircled{2}} = 2(2) + 2 + 4(2) + 6 = 6 + 14 = 20$

Clave B

5 $a\,\theta\,b = ab - 2(b\,\theta\,a)$

$6\,\theta\,7 = 6\,.\,7 - 2(7\,\theta\,6)$ ...(I)

$7\,\theta\,6 = 7\,.\,6 - 2(6\,\theta\,7)$ ...(II)

Reemplazamos (II) en (I):

$6\,\theta\,7 = 6\,.\,7 - 2[7\,.\,6 - 2(6\,\theta\,7)]$

$6\,\theta\,7 = 42 - 84 + 4(6\,\theta\,7)$

$42 = 3(6\,\theta\,7)$

$6\,\theta\,7 = 14$

Clave D

6 $a\ \%\ b = (3a)\ \triangle\ (2b)$

$m\ \triangle\ n = (4m)\ \psi\ (3n)$

$x\ \psi\ y = 2x - y$

$1\ \%\ 2 = 3(1)\ \triangle\ 2(2)$

$= 3\ \triangle\ 4 = 4(3)\ \psi\ 3(4) = 12\ \psi\ 12$

$= 2(12) - 12 = 12$

Clave C

7 $a^* = 2(a-1)^* - (a-2)^*$

$6^* = 5$ y $7^* = 4$

$8^* = 2(8-1)^* - (8-2)^*$

$= 2\,.\,7^* - 6^* = 2(4) - 5 = 3$

$9^* = 2(9-1)^* - (9-2)^* = 2\,.\,8^* - 7^*$

$= 2\,.\,3 - 4 = 2$

Clave D

8 $(a * b) = \dfrac{a}{(b * a)^2}$

$(2 * 4) = \dfrac{2}{(4 * 2)^2}$ ...(I)

$(4 * 2) = \dfrac{4}{(2 * 4)^2}$ ...(II)

Reemplazamos (II) en (I):

$(2 * 4) = \dfrac{2}{\left[\dfrac{4}{(2 * 4)^2}\right]^2} = \dfrac{(2 * 4)^4}{8}$

$\Rightarrow (2 * 4)^3 = 8$

$\therefore (2 * 4) = 2\sqrt{2}$

Clave C

9 $a^{\triangle} = \dfrac{(a-2)^{\triangle}}{(a-1)^{\triangle}}$

$0^{\triangle} = 4$

$1^{\triangle} = 2$

$2^{\triangle} = \dfrac{(2-2)^{\triangle}}{(2-1)^{\triangle}} = \dfrac{0^{\triangle}}{1^{\triangle}} = \dfrac{4}{2} = 2$

$3^{\triangle} = \dfrac{(3-2)^{\triangle}}{(3-1)^{\triangle}} = \dfrac{1^{\triangle}}{2^{\triangle}} = \dfrac{2}{2} = 1$

Clave A

10 $m * n = 3(n * m) - (m + n)$

$7 * 9 = 3(9 * 7) - (7 + 9)$ ...(I)

$9 * 7 = 3(7 * 9) - (9 + 7)$ ...(II)

Reemplazamos (II) en (I):

$7 * 9 = 3[3(7 * 9) - (9 + 7)] - (7 + 9)$

$7 * 9 = 9(7 * 9) - 48 - 16$

$64 = 8(7 * 9)$

$7 * 9 = 8$

Clave B

NIVEL 2 (página 80)

11 Si: $\boxed{x} = 3x - 1$

$\textcircled{x} = 2x + 8$

Entonces:

$\textcircled{2a+1} = 2(2a + 1) + 8 = 4a + 2 + 8 = 4a + 10$

$\textcircled{2a-1} = 2(2a - 1) + 8 = 4a - 2 + 8 = 4a + 6$

Por lo tanto:

$\boxed{4a+10-4a-6} = \boxed{4} = 3(4) - 1 = 11$

Clave D

12 Si: (n; m, p) $= n^2 - mp$ (n arriba, m y p abajo)

Nos piden x en: (x; 5, 3) = (10; 9, 10)

Se plantea:

$x^2 - 5(3) = 10^2 - 9(10)$

$x^2 = 100 - 90 + 15$

$x^2 = 25 \qquad \therefore x = 5 \vee x = -5$

Clave B

13 Por dato:

$\textcircled{a} = a(a + 1)$

Entonces:

$\textcircled{\textcircled{x+2}} = 156 = 12(13)$

$\Rightarrow \textcircled{x+2} = 12 = 3(4)$

$\Rightarrow x + 2 = 3 \Rightarrow x = 1$



Por lo tanto:

$\textcircled{x^3-5} = \textcircled{-4} = -4(-3) = 12$ **Clave A**

14 $\triangle_{x+4} = 4x - 2 = 4x + 16 - 2 - 16$

$\triangle_{x+4} = 4(x + 4) - 18$

$\triangle_{\textcircled{x}} = 12x + 2$

$4\textcircled{x} - 18 = 12x + 2$

$\textcircled{x} = \dfrac{12x + 20}{4} = 3x + 5$

$\therefore \textcircled{4} = 3 . 4 + 5 = 17$ **Clave A**

15 Si: $a \triangle b = a^2 + 2a$

$m \square n = (m \triangle n) + 1$

$\Rightarrow m \square n = m^2 + 2m + 1 = (m + 1)^2$

Por lo tanto: $7 \square (5 \square (4 \square 3)) = (7 + 1)^2 = 64$

Clave B

16 Si:

$\boxed{x} = 4x - 3$

$\Rightarrow \boxed{\textcircled{x}} = 4\textcircled{x} - 3 = 8x + 9$

$\Rightarrow \textcircled{x} = 2x + 3$

Por lo tanto: $\boxed{\textcircled{x}} = 2\boxed{x} + 3 = 2(4x - 3) + 3$

$\boxed{\textcircled{x}} = 8x - 3$ **Clave A**

17 $\sqrt{a} * b^3 = a - b^2$

Entonces:

$4 * 27 = \sqrt{16} * 3^3 = 16 - 3^2 = 7$

$6\sqrt{2} * 512 = \sqrt{72} * 8^3 = 72 - 8^2 = 8$

$7 * 8 = \sqrt{49} * 2^3 = 49 - 2^2 = 45$

$\therefore (4 * 27) * (6\sqrt{2} * 512) = 45$

Clave C

18 $\textcircled{x-2} = x + 3 = (x - 2) + 5$

Si: $a = x - 2$

$\Rightarrow \textcircled{a} = a + 5$

$\textcircled{\textcircled{a}} = (a + 5) + 5$

$\textcircled{\textcircled{\textcircled{a}}} = (a + 10) + 5$

$\textcircled{\textcircled{\textcircled{\textcircled{a}}}} = (a + 15) + 5 = a + 20$

$\therefore \textcircled{\textcircled{\textcircled{\textcircled{40}}}} = 40 + 20 = 60$

Clave B

19 Si: $x \triangle y = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$

$\Rightarrow x \triangle y = x^3 + y^3$

$2 \triangle 1 = 2^3 + 1^3 = 9$

$1 \triangle 2 = 1^3 + 2^3 = 9$

$\therefore (2 \triangle 1) \triangle (1 \triangle 2) = 9^3 + 9^3 = 1458$

Clave B

20 Si:

$\triangle_{P} - 3 = P(P - 1)$

Entonces:

$\triangle_{4} = 4(4 - 1) + 3 = 15$

$\triangle_{2} = 2(2 - 1) + 3 = 5$

$\Rightarrow \triangle_{\triangle_{2}} = \triangle_{5} = 5(5 - 1) + 3 = 23$

$\therefore \triangle_{4} + \triangle_{\triangle_{2}} = 15 + 23 = 38$ **Clave D**

21 Si: $\boxed{x} = 3x + 6$

$\Rightarrow \boxed{10} = 3(10) + 6 = 36$

$\boxed{\triangle_{x+1}} = 3 \times \triangle_{x+1} + 6 = 3x - 6$

$\Rightarrow \triangle_{x+1} = x - 4$

Por lo tanto: $\triangle_{35+1} = 35 - 4 = 31$

Clave C

22 Por dato: $\Diamond_{n} = \dfrac{n(n+1)}{2}$

Entonces:

$\Diamond_{\Diamond_{\Diamond_{3x-4}}} = 21 = \dfrac{6(6+1)}{2}$

$\Diamond_{\Diamond_{3x-4}} = 6 = \dfrac{3(3+1)}{2}$

$\Diamond_{3x-4} = 3 = \dfrac{2(2+1)}{2}$

$\Rightarrow 3x - 4 = 2 \quad \therefore x = 2$ **Clave C**

23 Si: $a * b = 3(b * a) - ab$

$a * b = 3[3(a * b) - ab] - ab$

$a * b = \dfrac{ab}{2}$

Entonces: $6 * 4 = \dfrac{6(4)}{2} = 12$

Finalmente:

$\triangle_{m+2} = m - 2$

$\therefore \triangle_{12} = 10 - 2 = 8$ **Clave A**



NIVEL 3 (página 81)

24 Si: $f(i+1) = f(i) + 2i + 1$

$f(1) = 1 = 1^2$

Entonces:

$f(2) = f(1+1) = f(1) + 2(1) + 1 = 4 = 2^2$

$f(3) = f(2+1) = f(2) + 2(2) + 1 = 9 = 3^2$

$f(4) = f(3+1) = f(3) + 2(3) + 1 = 16 = 4^2$

$\vdots$

$\Rightarrow f(50) = 50^2$

$M = \dfrac{\sqrt{f(50)}}{2} \qquad \therefore M = \dfrac{50}{2} = 25$

Clave B

25 Piden: $[(1 \square 3) \square 6] \square 5$

$1 \square 3 = 1(3) = 3$

$3 \square 6 = 3(6) = 18$

$18 \square 5 = 18(5) = 90$

$\therefore [(1 \square 3) \square 6] \square 5 = 90$

Clave B

26 Si: $\sqrt{a}\ \Delta\ b^2 = 2(\sqrt{b}\ \Delta\ a^2) - ab$

$\Rightarrow \sqrt{a}\ \Delta\ b^2 = 2[2(\sqrt{a}\ \Delta\ b^2) - ab] - ab$

Resolviendo:

$\sqrt{a}\ \Delta\ b^2 = ab$

Por lo tanto:

$E = \dfrac{\sqrt[4]{3}\ \Delta\ 2}{\sqrt{6}} = \dfrac{\sqrt{\sqrt{3}}\ \Delta\ (\sqrt{2})^2}{\sqrt{6}} = \dfrac{\sqrt{3}\,(\sqrt{2})}{\sqrt{6}}$

$E = 1$

Clave A

27 Si: $\boxed{a+2} = a + 2 - 4$

Hacemos: $a + 2 = x \Rightarrow \boxed{x} = x - 4$

Efectuando:

1.er operador:

$\boxed{8} = 8 - 4 = 4 = 4 \times 1$

2.° operador:

$\boxed{4+8} = 12 - 4 = 8 = 4 \times 2$

3.er operador:

$\boxed{8+8} = 16 - 4 = 12 = 4 \times 3$

$\vdots$

30.° operador:

$\therefore \ldots \boxed{\boxed{\boxed{\boxed{8}+8}+8}+8} \ldots = 4 \times 30 = 120$

30 operadores

Clave C

28 En los exponentes tenemos 2 sucesiones:

$t_1 \Rightarrow 98 * 2$

$t_2 \Rightarrow 97 * 3$

$t_3 \Rightarrow 96 * 4$

$t_4 \Rightarrow 95 * 5$

$\vdots \quad \vdots$

$t_{49} \Rightarrow 50 * 50$

Del enunciado: $a * b = a^2 - b^2$

$\Rightarrow 50 * 50 = 50^2 - 50^2 = 0$

Por lo tanto: $A = (99 * 1)^0 = 1$

Clave B

29 Si: $a * b = \dfrac{a^b + b^a}{a+b}$

Entonces:

$1 * 2 = \dfrac{1^2 + 2^1}{1+2} = \dfrac{3}{3} = 1$

$1 * 3 = \dfrac{1^3 + 3^1}{1+3} = \dfrac{4}{4} = 1$

$1 * 4 = \dfrac{1^4 + 4^1}{1+4} = \dfrac{5}{5} = 1$

$\vdots$

$\therefore 1 * 7 = \dfrac{1^7 + 7^1}{1+7} = \dfrac{8}{8} = 1$

Clave A

30 Por dato:

$\text{(x)} = ax + b$

$\Rightarrow \text{((x))} = \text{(ax+b)}$

$= a(ax + b) + b = a^2x + ab + b$

$\Rightarrow \text{(((x)))} = \text{(}a^2x + ab + b\text{)}$

$= a(a^2x + ab + b) + b = a^3x + a^2b + ab + b$

$\Rightarrow \text{((((x))))} = \text{(}a^3x + a^2b + ab + b\text{)}$

$= a(a^3x + a^2b + ab + b) + b$

Además:

$\text{((((x))))} = 16x + 75 = a^4x + a^3b + a^2b + ab + b$

Se deduce:

$a = 2$

$75 = 8b + 4b + 2b + b$

$b = 5$

$\Rightarrow \text{(x)} = 2x + 5$



Piden:

$\textcircled{1} = 2(1) + 5 = 7$

$\textcircled{\textcircled{1}} = \textcircled{7} = 2(7) + 5 = 19$

$\textcircled{\textcircled{\textcircled{1}}} = \textcircled{19} = 2(19) + 5 = 43$

$\therefore \textcircled{\textcircled{\textcircled{1}}} + \textcircled{\textcircled{1}} + \textcircled{1} + 1 = 70$ **Clave D**

31 $T_n = 1 + 3 + 5 + ... + (2n - 1)$

Suma de números impares:

$\Rightarrow T_n = n^2$

$(T_{10} - T_9) + (T_8 - T_7) + (T_6 - T_5) + (T_4 - T_3) + (T_2 - T_1)$

$= (10^2 - 9^2) + (8^2 - 7^2) + (6^2 - 5^2) + (4^2 - 3^2) + (2^2 - 1)$

$= (10 + 9) + (8 + 7) + (6 + 5) + (4 + 3) + 2 + 1$

$= \frac{10(11)}{2} = 55$ **Clave D**

32 Si:

$\triangle x = \triangle (x - 1) + 2x + 1$

$\triangle 1 = 2$

Entonces:

$\triangle 2 = \triangle 1 + 2(2) + 1 = 7 = 2^2 + 2(2) - 1$

$\triangle 3 = \triangle 2 + 2(3) + 1 = 14 = 3^2 + 2(3) - 1$

$\triangle 4 = \triangle 3 + 2(4) + 1 = 23 = 4^2 + 2(4) - 1$

$\vdots$

$\Rightarrow \triangle 20 = 20^2 + 2(20) - 1 \quad \therefore \triangle 20 = 439$

Clave E

33 Si hacemos $a = x - 3$ tendremos:

$\triangle a = a + 10$

(doble triángulo) $a = a + 10 + 10 = a + 2 \times 10$

(triple triángulo) $a = a + 3 \times 10$

En general:

... $\triangle a$ ... $= a + n(10)$

n operadores

Nos piden:

$A = ... \triangle 15 ...$

100 operadores

$\therefore A = 15 + 100(10) = 1015$

Clave A

34 $5 \odot 2 = 3 \times 5 - 2 \times 2 = 11$

$1 \odot 2 = 3 \times 2 - 2 \times 1 = 4$

$11^2 \odot 4 = 3 \times 11^2 - 2 \times 4 = 355$

Por lo tanto:

$M = \frac{355}{5} = 71$

Clave D

35 Si hacemos: $\frac{n + 1}{n - 1} = a$

$\Rightarrow n + 1 = an - a$

$n = \frac{a + 1}{a - 1}$

Reemplazando:

$\boxed{a} = \frac{a + 1}{a - 1}$

Efectuando:

$\boxed{3} = \frac{3 + 1}{3 - 1} = \frac{4}{2} = 2$

$\boxed{5} = \frac{5 + 1}{5 - 1} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

$\boxed{7} = \frac{7 + 1}{7 - 1} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$

$\boxed{9} = \frac{9 + 1}{9 - 1} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$

$\vdots$

$\boxed{97} = \frac{97 + 1}{97 - 1} = \frac{98}{96} = \frac{49}{48}$

$\boxed{99} = \frac{99 + 1}{99 - 1} = \frac{100}{98} = \frac{50}{49}$

$\therefore 2 \times \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{5}{4} \times ... \times \frac{49}{48} \times \frac{50}{49} = 50$

Clave E

36 $\underbrace{((b * c) * x)}_{d} * a = d$

$\Rightarrow \underbrace{(b * c)}_{} * x = d$

$d * x = d$

$x = a$

Entonces:

$\{\underbrace{(a * a)}_{c} * \underbrace{(c * d)}_{d}\} * a$

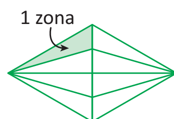
$\underbrace{c * d}_{d}$

$\therefore d * a = d$

Clave D

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 90)

1

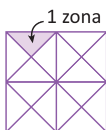


Con 2 zonas: 2
Con 4 zonas: 1
Con 6 zonas: 2
Con 8 zonas: 1

En total:
$2 + 1 + 2 + 1 = 6$ cuadriláteros.

Clave C

2

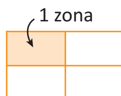


Con 1 zona : 16
Con 2 zonas : 16
Con 3 zonas : 0
Con 4 zonas : 8
Con 8 zonas : 4

En total:
$16 + 16 + 8 + 4 = 44$ triángulos

Clave D

3



Con 1 zona: 13
Con 2 zonas: 16
Con 3 zonas: 6
Con 4 zonas: 4

En total:
$13 + 16 + 6 + 4 = 39$

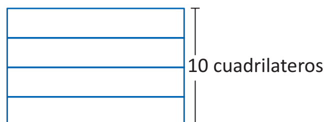
Clave C

4 En cada piso:

$$\frac{4 \times 5}{2} = \frac{20}{2} = 10 \text{ cuadriláteros.}$$

Son 4 pisos $\Rightarrow 4 \times 10 = 40$ cuadriláteros

Además:



$\Rightarrow$ $40 + 10 - 4 = 46$ cuadriláteros
Restamos 4 porque hay cuadriláteros que se han contado dos veces.

Clave D

5 Por fórmula:

$$\frac{3 \times 4}{2} + \frac{5 \times 6}{2} + \frac{5 \times 6}{2} + 8 = 44 \text{ triángulos}$$

Clave D

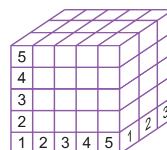
6 El total de los triángulos es:

$$\left(\frac{4 \times 5}{2}\right) \times 5 = \left(\frac{20}{2}\right) \times 5 = 50 \text{ triángulos}$$

n.° de triángulos sin (∗): $4 + 3 + 1 = 8$
Por lo tanto, el número de triángulos con al menos un asterisco es:
$50 - 8 = 42$ triángulos

Clave D

7 Aplicando las fórmulas:



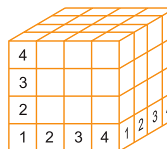
C = n.° de cubos = 5 . 5 . 3 + 4 . 4 . 2 + 3 . 3 . 1
C = 116

$$P = \text{n.° de paralelepípedos} = \frac{5.6}{2} . \frac{5.6}{2} . \frac{3.4}{2}$$

P = 1350
$\therefore$ P – 11C = 1350 – 11(116) = 74

Clave E

8 Aplicando las fórmulas:



$$C = \text{n.° de cubos} = \left[\frac{4(5)}{2}\right]^2 = 100$$

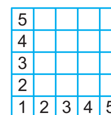
$$P = \text{n.° de paralelepípedos} = \frac{4.5}{2} . \frac{4.5}{2} . \frac{4.5}{2}$$

P = 1000

$$\therefore \sqrt{C} + \sqrt[3]{P} = \sqrt{100} + \sqrt[3]{1000} = 10 + 10 = 20$$

Clave D

9 El total de los cuadrados es:
Trabajamos primero con el cuadrado más grande:



$$\text{n.° de cuadrados} = \frac{5(5+1)(2 \times 5 + 1)}{6} = 55$$



Luego, trabajamos con el cuadrado más pequeño:

4			
3			
2			
1	2	3	4

n.° de cuadrados $= 4\frac{(4+1)(2.4+1)}{6} = 30$

Al final le restamos los cuadrados que se contaron 2 veces:

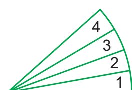
n.° de cuadrados $= \frac{2(2+1)(2.2+1)}{6} = 5$

En total hay: 55 + 30 – 5 = 80

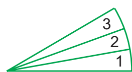
∴ Hay 80 cuadrados.

Clave B

10 Analizamos cada sector circular:



$\Rightarrow$ n.° de sectores circulares $= \frac{4(4+1)}{2} = 10$



$\Rightarrow$ n.° de sectores circulares $= \frac{3(3+1)}{2} = 6$



$\Rightarrow$ n.° de sectores circulares $= \frac{2(2+1)}{2} = 3$



$\Rightarrow$ n.° de sectores circulares = 1

∴ En total hay 10 + 6 + 3 + 1 = 20 sectores circulares.

Clave C

11

Por fórmula sabemos:

n.° de paralelogramos

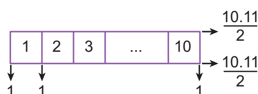
$= \frac{3(3+1)}{2}.\frac{n(n+1)}{2} = 3n(n+1)$

Piden la tercera parte.

∴ La tercera parte es: $\frac{3n(n+1)}{3} = n(n+1)$

Clave B

12 Hallamos primero el número de segmentos (T):



n.° segmentos horizontales $= \left(\frac{10.11}{2}\right)2 = 110$

n.° segmentos verticales = 1 + 1 + ... + 1 = 11

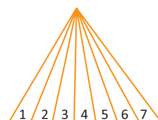
$\Rightarrow$ T = 110 + 11 = 121

Luego hallamos el número de cuadriláteros (N):

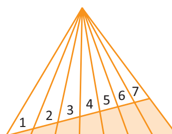
n.° cuadriláteros $= 10\frac{(10+1)}{2} = 55$

$\Rightarrow$ N = 55 ∴ T – N = 121 – 55 = 66 **Clave E**

13 El total de los triángulos es:



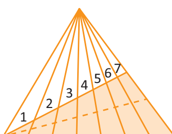
$\Rightarrow$ n.° de $\triangle = \frac{7.8}{2} = 28$



$\Rightarrow$ n.° de $\triangle = \frac{7.8}{2} = 28$

Triángulos en el área sombreada es 7.

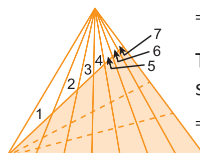
$\Rightarrow$ n.° de Δ = 28 + 7 = 35



$\Rightarrow$ n.° de $\triangle = \frac{7.8}{2} = 28$

Triángulos en el área sombreada sin repetir es: 7 + 7 = 14

$\Rightarrow$ n.° de Δ = 28 + 14 = 42



$\Rightarrow$ n.° de $\triangle = \frac{7.8}{2} = 28$

Triángulos en el área sombreada sin repetir es: 7 + 7 + 7 = 21

$\Rightarrow$ n.° de Δ = 28+ 21 = 49

n.° de Δ en la figura es: 28 + 35 + 42 + 49 = 154

Clave E

14

4	a	b	c	*
3	d	e	*	g
2	f	*	h	i
1	*	j	k	l

Primero hallaremos el número total de cuadriláteros y luego le restaremos los cuadriláteros sin asterístico.

Total de cuadriláteros $= \left[\frac{4(4+1)}{2}\right]^2 = 100$ Luego sin asterisco tenemos:

1 letra: a; b; c; d; e; f; g; h; i; j; k; l = 12

2 letras: ab; bc; de; hi; jk; kl; ad; be; df; hk; gi; il = 12

3 letras: abc; adf; gil; jkl = 4

4 letras: abde; hikl = 2

Total de cuadriláteros sin asterisco = 30

∴ Hay 100 – 30 = 70 cuadriláteros que tienen por lo menos un asterisco.

Clave A



REFUERZA PRACTICANDO

NIVEL 1 (página 92)

1 Triángulos:

Con 1 zona: 5
Con 2 zonas: 2 } 8 ⇒ a = 8
Con 6 zonas: 1

Cuadriláteros:
Con 1 zona: 3
Con 3 zona: 2 } 9 ⇒ b = 9
Con 4 zonas: 1
Con 5 zonas: 3

$\therefore$ a + b = 17

Clave E

2

⇒ $(4 \times 5)/2 = 10$
⇒ $(5 \times 6)/2 = 15$
⇒ $(4 \times 5)/2 = 10$
⇒ $(5 \times 6)/2 = 15$

Además:

= 10 cuadriláteros

Por lo tanto: 50 + 10 – 4 = 56 cuadriláteros

Clave B

3

⇒ 1 cuadrilátero
⇒ 6 cuadriláteros
⇒ 15 cuadriláteros
⇒ 28 cuadriláteros

1 + 6 + 15 + 28 = 50 cuadriláteros

Clave A

4 De la figura:

$$\frac{5\times6}{2}+\frac{5\times6}{2}+5=35 \text{ triángulos}$$

Clave B

5 El número total de octógonos es:

$$\frac{6\times7}{2}+3=24$$

Clave A

6 El número total de cuadrados es:

$6\times3+5\times2+4\times1=32$

El n.° de cuadrados sin asterisco: 13

Por lo tanto, el número de cuadrados con al menos un asterisco es: 32 – 13 = 19

Clave C

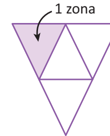
7

1 zona

Con 3 zonas: 4
Con 5 zonas: 4 } 16 pentágonos
Con 6 zonas: 4
Con 7 zonas: 4

Clave A

8



Con 1 zona: 20 } 28 triángulos
Con 4 zonas: 8

Clave A

9 De la figura el total de triángulos es:

$$\frac{10\times11}{2}+\frac{8\times9}{2}+\frac{6\times7}{2}+3\left(\frac{4\times5}{2}\right)+6\times2$$

= 55 + 36 + 21 + 30 + 12 = 154

Clave C

10 n.° de triángulos:

$\left(\frac{2\times3}{2}\right)\times3\times4=36$ } 48
$4\times3=12$

n.° de cuadrados: $(4\times3)+3=15$

Piden: 48 + 15 = 63

Clave D

NIVEL 2 (página 93)

11 El número total de cuadriláteros es:

$$\frac{3\times4}{2}+\frac{3\times4}{2}+\frac{3\times4}{2}+\frac{5\times6}{2}+\frac{3\times4}{2}-4$$

= 6 + 6 + 6 + 15 + 6 – 4
= 35 cuadriláteros

Clave E

12 De la figura tenemos:

$$\frac{6(7)}{2}+\frac{6(7)}{2}+\frac{6(7)}{2}+6(3)=81 \text{ triángulos}$$

Clave B

13 De la sucesión:

4 ; 6 ; 10 ; 16 ; ... ; 384
↓ ↓ ↓ ↓ ↓
4 (2 + 4) (6 + 4) (12 + 4) (380 + 4)
↓ ↓ ↓ ↓
(1 . 2) (2 . 3) (3 . 4) (19 . 20)

Entonces, hay 20 términos.

Luego, por propiedad:

$$\frac{19\times20}{2}+\frac{3\times4}{2}=196 \text{ hexágonos}$$

Clave E

14 En la horizontal:

$$\frac{7(8)}{2}+\frac{6(7)}{2}+\frac{5(6)}{2}+\frac{4(5)}{2}+\frac{3(4)}{2}+\frac{2(3)}{2}+1=84$$



En la vertical:

$$\frac{6(7)}{2}+\frac{6(7)}{2}+\frac{5(6)}{2}+\frac{4(5)}{2}+\frac{3(4)}{2}+\frac{2(3)}{2}+1=77$$

En la diagonal:

$$\frac{6\times7}{2}=21$$

Por lo tanto: $84+77+21=182$ segmentos

Clave B

15 El total de cuadriláteros es:

$$\left(\frac{4.5}{2}\right)\times\left(\frac{4.5}{2}\right)=100$$

Cuadriláteros sin (∗):
$10+6+2=18$
(1) (2) (3)

Por lo tanto, el número de cuadriláteros con al menos un asterisco es:
$100-18=82$ **Clave C**

16 Realizando el conteo a partir del triángulo pequeño hasta el más grande:

$$\frac{2\times3}{2}=3$$

$\left(\frac{2\times3}{2}\right)\times2=6$ $\left(\frac{2\times3}{2}\right)\times4=12$

$\left(\frac{2\times3}{2}\right)\times3=9$ $\left(\frac{2\times3}{2}\right)\times5=15$

Por lo tanto: $3+6+9+12+15=45$ triángulos

Clave A

17 Quedará un sólido formado por:

$6\times4\times2=48$ cubitos

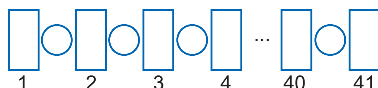
Clave B

18 Hay 31 figuras ⊠ consecutivas, entonces el número de triángulos es: 31×8

Luego, al juntar las figuras tenemos que el número de triángulos es: $30+30$

Por lo tanto, el número total de triángulos será:
$248+60=308$ **Clave D**

19 Por cada rectángulo hay 4 puntos de intersección entre rectángulos y rombos, entonces:
$164\div4=41$ rectángulos
Luego:



∴ Hay 40 circunferencias. **Clave E**

20 Por inducción (cantidad de cuadriláteros):

$\Rightarrow 7+8+2+2=19=2\times10-1$
(1) (2) (3) (4)

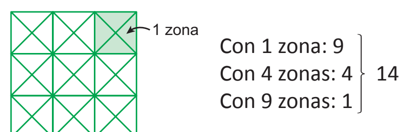
$\Rightarrow 10+12+4+3=29=3\times10-1$
(1) (2) (3) (4)

$\Rightarrow 13+16+6+4=39=4\times10-1$
(1) (2) (3) (4)

Luego, para 20 cuadrados: $20\times10-1=199$
Restamos los □ en blanco que son: 21
Por lo tanto:
n° de cuadriláteros con al menos 1 asterisco:
$199-21=178$ **Clave C**

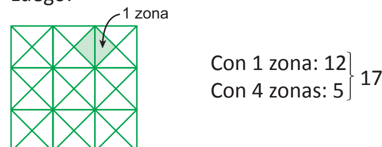
NIVEL 3 (página 94)

21 Tenemos:



Con 1 zona: 9
Con 4 zonas: 4
Con 9 zonas: 1
} 14

Luego:



Con 1 zona: 12
Con 4 zonas: 5
} 17

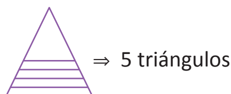
Por lo tanto, el total de cuadrados es:
$14+17=31$ **Clave A**

22 Cada estrella tiene:
$6+2=8$ triángulos
Entonces, en 50 estrellas hay:
$50\times8=400$ triángulos
Luego, entre 2 estrellas hay 2 triángulos:
$\Rightarrow 2\times49=98$ triángulos
Por lo tanto, el total de triángulos es:
$400+98=498$ triángulos

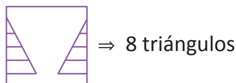
Clave A

23 En la secuencia:
Hay 100 cuadrados y 101 triángulos.
Para un triángulo de la secuencia:



 $\Rightarrow$ 5 triángulos

En 101 triángulos tendremos:
$5 \times 101 = 505$ triángulos
En las intersecciones entre triángulos y cuadrados tenemos:

 $\Rightarrow$ 8 triángulos

En 100 cuadrados tendremos:
$8 \times 100 = 800$ triángulos
Por lo tanto, el total de triángulos es:
$505 + 800 = 1305$

Clave C

24 Contamos los cuadriláteros cóncavos que se encuentran hacia un lado del eje, resultando:

$$\frac{(n-1)n}{2}$$

Entonces para ambos lados del eje tendremos:

$$\frac{(n-1)n}{2} \cdot 2 = n^2 - n$$

Contando los cuadriláteros convexos resulta:

$$\underbrace{n + n + n + \ldots + n}_{n \text{ veces}} = n(n) = n^2$$

Por lo tanto, el total de cuadriláteros es:
$(n^2 - n) + n^2 = n(2n - 1)$

Clave C

25 Cada rectángulo tiene 6 cuadriláteros



Por dato, en total hay 120 cuadriláteros.
$\Rightarrow 120 : 6 = 20$ rectángulos
Luego: hay 20 rectángulos y 21 circunferencias.
Cada ▭ con dos circunferencias genera 10 puntos de intersección.
Por lo tanto, el número total de puntos de intersección es: $10 \times 20 = 200$

Clave B

26 Analizando la figura interior:

a		b		c
	d	e	f	
g		h		i

Con 1 letra: 9
Con 2 letras: 6
Con 3 letras: 3
Con 4 letras: 2
Con 5 letras: 1

21 cuadriláteros

Hay 19 gráficos iguales al anterior, entonces:
$19 \times 21 = 399$ cuadriláteros
Finalmente, el total de cuadriláteros será:
$399 + 20 = 419$

Clave C

27 De la figura se observa:
$20 + 19 + 4 \times 19 = 115$

Clave E

28 Por inducción:
$3 \odot \Rightarrow (2 + 1)$ coronas
$4 \odot \Rightarrow (3 + 2 + 1)$ coronas
$5 \odot \Rightarrow (4 + 3 + 2 + 1)$ coronas
⋮ ⋮
$n \odot \Rightarrow [(n - 1) + \ldots + 2 + 1]$ coronas
Por lo tanto, en n círculos concéntricos hay:

$\frac{(n-1)n}{2}$ coronas circulares.

Clave C

29 Conteo de segmentos:

En la horizontal: $m \times \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]$

En la vertical: $n \times \left[\frac{m(m+1)}{2}\right]$

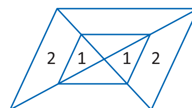
Puntos de intersección: mn

Piden:

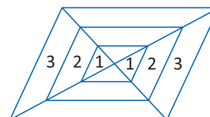
$$\left[\frac{mn(n+1)}{2} + \frac{mn(m+1)}{2}\right] - mn = \frac{mn(m+n)}{2}$$

Clave C

30 Por inducción:



$\Rightarrow 4(1)(1 + 1) = 8$ cuadriláteros cóncavos.



$\Rightarrow 4(2)(2 + 1) = 24$ cuadriláteros cóncavos.

Con 20 paralelogramos:

$\Rightarrow 4(19)(19 + 1) = 1520$ cuadriláteros cóncavos

Clave A

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 101)

1 Como es una fracción propia se cumple que:

$x + 1 < 2x - 1$

$2 < x$

Por dato: $7 > x$

$\Rightarrow 2 < x < 7$

$x = 3; 4; 5; 6$

$\therefore 3 + 4 + 5 + 6 = 18$

Clave B

2 Sea la fracción: $\dfrac{k}{k+2}$; k es impar

Según condición del problema:

$\dfrac{k}{k+2} < 0{,}83$

$\dfrac{k}{k+2} < \dfrac{83}{100}$

$100k < 83(k + 2)$

$k < 9{,}76...$

$\Rightarrow$ Como $1 \leq k < 9{,}76 ...$

$k = 1; 3; 5; 7; 9$

$\Rightarrow$ Las fracciones son:

$\dfrac{1}{2}; \dfrac{3}{5}; \dfrac{5}{7}; \dfrac{7}{9}; \dfrac{9}{11}$

$\therefore$ Hay 5 fracciones.

Clave D

3 Sea la fracción: $\dfrac{a}{b}$

Por dato: $a + b = 31$ ...(1)

Además:

$\dfrac{a+3}{b+8} = \dfrac{3}{4}$

$\Rightarrow 4a - 3b = 12$ ...(2)

De (1) y (2) resolvemos:

$a = 15$

$b = 16$

$\therefore$ La fracción es: $\dfrac{15}{16}$

Clave E

4 Sea "a" la cantidad que disminuimos:

$\Rightarrow \dfrac{x-a}{y-a} = \dfrac{y}{x}$

$x(x - a) = y(y - a)$

$x^2 - xa = y^2 - ya$

$x^2 - y^2 = xa - ya$

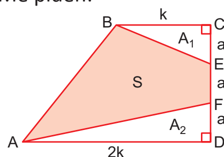
$(x - y)(x + y) = a(x - y)$

$x + y = a$

$\therefore$ Aquella cantidad es: $x + y$

Clave A

5 Me piden:



$\Rightarrow$ Hallando el área total (área del trapecio)

$A_T = \left(\dfrac{2k+k}{2}\right) . 3a = \dfrac{9}{2}ka$

Además:

$A_1 = \dfrac{ka}{2}; A_2 = \dfrac{2ka}{2} = ka$

$\Rightarrow A_T = S + A_1 + A_2$

$\dfrac{9ka}{2} = S + \dfrac{ka}{2} + ka$

$S = 3ka$

$\therefore$ La parte es: $\dfrac{3ka}{\frac{9}{2}ka} = \dfrac{2}{3}$

Clave E

6 Del enunciado planteamos:

$\dfrac{5}{12} - \dfrac{x}{8} . \dfrac{4}{7} = \dfrac{5}{21}$

$x = 2{,}5$

Clave B

7

Hace	Queda
$\dfrac{1}{3}$	$\dfrac{2}{3}$
$\dfrac{3}{4}\left(\dfrac{2}{3}\right)$	$\dfrac{1}{4}\left(\dfrac{2}{3}\right)$

Por lo tanto:

Queda por hacer:

$\dfrac{1}{4}\left(\dfrac{2}{3}\right) = \dfrac{1}{6}$

Clave B

8 Dinero: x

Primer juego: $x + \dfrac{x}{3} = \dfrac{4x}{3}$

Segundo juego:

$\dfrac{4x}{3} + \dfrac{2}{5} \cdot \dfrac{4x}{3} = \dfrac{4x}{3} + \dfrac{8x}{15} = \dfrac{28x}{15}$

Tercer juego:

$\dfrac{28}{15}x + \dfrac{3}{7} \cdot \dfrac{28}{15} \cdot x = \dfrac{28}{15}x + \dfrac{12x}{15}$

Luego: $\dfrac{28x}{15} + \dfrac{12x}{15} = 320$

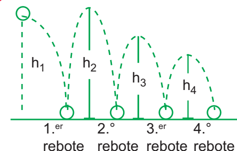
$\Rightarrow x = 120$

Por lo tanto, ganó:

$320 - 120 = S/.200$

Clave C

9



Por dato: $h_1 = 54$ m

Del enunciado:

$h_2 = \dfrac{2}{3}h_1 = 36$

$h_3 = \dfrac{2}{3}h_2 = 24$

$h_3 = \dfrac{2}{3}h_3 = 16$

Piden:

$d_T = h_1 + 2h_2 + 2h_3 + 2h_4$

$\Rightarrow d_T = 54 + 2(36) + 2(24) + 2(16)$

$\therefore d_T = 206$ m

Clave B

10 Capacidad de la piscina: T

1 cañería llena una piscina en: 4 h.

$\Rightarrow$ En 1 hora llena $\dfrac{T}{4}$

1 desagüe puede vaciar la piscina en 6 h.

$\Rightarrow$ En 1 hora vacía $\dfrac{T}{6}$

Luego:

En una hora se llenará:

$\dfrac{T}{4} - \dfrac{T}{6} = \dfrac{T}{12}$

Si la cañería del desagüe se abre 1 h después, solo faltaría por llenar $\dfrac{3T}{4}$.

llena

$1 \text{ h} \longrightarrow \dfrac{T}{12}$

$x \longrightarrow \dfrac{3T}{4}$

$\Rightarrow x = 9$ h

Pero como la cañería estará abierta una hora, la piscina se llenará en 10 horas.

Clave D

11 Capacidad del tanque: T

Primer caño: 18 h

$1\text{h} \rightarrow \dfrac{T}{18}$



Segundo caño: 9 h

$1h \to \frac{T}{9}$

Tercer caño: x h

$1h \to \frac{T}{x}$

Luego:

$\frac{T}{18} + \frac{T}{9} + \frac{T}{x} = \frac{T}{3}$

$\frac{1}{x} = \frac{3}{18}$

$\therefore x = 6$ h

Clave B

12 1.ª tubería llena el deposito en: 4 horas

En 1 h llena: $\frac{1}{4}$

2.ª tubería llena el deposito en: 6 horas

En 1 h llena: $\frac{1}{6}$

Desagüe vaciaría el deposito en: 8 horas

En 1 h vacía: $\frac{1}{8}$

Luego en 1 h se tiene:

$\frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{8} = \frac{7}{24} = \frac{1}{t}$

$\therefore t = \frac{24}{7} = 3\frac{3}{7}$ horas

Clave B

13 a = 80 cm [S] b

Después de lavar:

[96 m²]

Del enunciado:

$\left(1 - \frac{1}{6}\right)a\left(1 - \frac{1}{5}b\right) = 960\ 000$

$\frac{5}{6} \cdot \frac{4}{5} \cdot ab = 960\ 000$

$\frac{2}{3}(80)b = 960\ 000$

$\Rightarrow b = 18\ 000$ cm

$\therefore b = 180$ m

Clave B

14 Capacidad de la piscina: T

$A \to \frac{T}{4}$ $C \to \frac{T}{6}$

$B \to \frac{T}{5}$ $D \to \frac{T}{3}$

Luego:

$2\left(\frac{T}{4} + \frac{T}{6}\right) + x\left(\frac{T}{5}\right) - x\left(\frac{T}{3}\right) = 0$

$2\left(\frac{10T}{24}\right) + \frac{xT}{5} - \frac{xT}{3} = 0$

$\frac{5}{6} + \frac{x}{5} - \frac{x}{3} = 0$

$\frac{25}{4} = x$

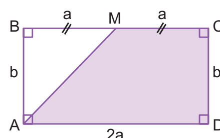
$\therefore x = 6\ 1/4$ min

Clave A

REFUERZA PRACTICANDO

NIVEL 1 (página 103)

1



$\frac{A_{\triangle AMCD}}{A_{\square ABCD}} = \frac{\left(\frac{2a + a}{2}\right)b}{2a \times b} = \frac{3}{4}$

Clave E

2 Sea la hora: x:00 h

Entonces:

$x = \frac{3}{5}(24 - x)$

$5x = 72 - 3x$

$8x = 72$

$x = 9$

$\therefore$ Son las 9:00 a. m.

Clave C

3 $x\left(\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4}\right) = \frac{3}{7} \cdot \frac{8}{9}$

$\frac{3x}{10} = \frac{8}{21}$

$x = \frac{80}{63}$

Clave B

4 Tenía x

Pierdo $\frac{3x}{4}$ $\frac{2}{3}\left(\frac{3}{4}x\right) = \frac{1}{2}x$

Queda $\frac{x}{4}$ $\frac{x}{2}$

Por dato:

$\frac{1}{4}x + 60 = \frac{x}{2}$

$\frac{x}{4} = 60$

$240 = x$

Tengo: $\frac{1}{4}x = 240 \cdot \frac{1}{4} = 60$

Clave E

5 30 (mezcla) ——— 12 (leche)

8 ——— x (leche)

$x = \frac{8(12)}{30} = 3{,}2$ L

Clave C

6 6 ——— 2 (zumo)

2 ——— x (zumo)

$x = \frac{2 \cdot 2}{6} = \frac{2}{3}$ L

Clave C

7 Se pide:

$-\frac{1}{12} + \left(\frac{2}{3} \times \frac{5}{8} \times \frac{6}{5} \times \frac{1}{2}\right)$

$-\frac{1}{12} + \frac{6}{24} = \frac{6}{24} - \frac{1}{12} = \frac{1}{6}$

Clave B

8 Papá, en una hora: $\frac{1}{6}$

Hijo, en una hora: $\frac{1}{12}$

Los 2 juntos en 1 hora avanzan:

$\frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{1}{4}$

$\therefore$ Tardan en terminar el trabajo 4 horas.

Clave A

9 Sean N presas, entonces tenemos:

El puma: $\frac{2}{3}N \Rightarrow \frac{1}{3}N$ (queda)

El tigre: $\frac{2}{5}\left(\frac{1}{3}N\right) \Rightarrow \frac{3}{5}\left(\frac{1}{3}N\right)$ (queda)

El leopardo: $\frac{3}{7}\left[\frac{3}{5}\left(\frac{1}{3}N\right)\right]$

$\Rightarrow \frac{4}{7}\left[\frac{3}{5}\left(\frac{1}{3}N\right)\right]$ (queda)

Por dato:

$\frac{4}{7}\left[\frac{3}{5}\left(\frac{1}{3}N\right)\right] = 8$

$\frac{4N}{35} = 8 \Rightarrow N = 70$

Clave C

10 A ⇒ en 1 hora: 1

B ⇒ en 1 hora: $\frac{1}{2}$

C ⇒ en 1 hora: $\frac{1}{4}$



Los 3 caños en 1 hora llenan:

$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{7}{4}$

$\therefore$ Llenan el tanque en: $\frac{4}{7}$ h

Clave A

NIVEL 2 (página 104)

11 1.ª persona: $\frac{5a}{7}$

2.ª persona: a

3.ª persona: $\frac{7}{8}\left(\frac{5a}{7} + a\right) = \frac{3a}{2}$

$\Rightarrow$ Total: $\frac{5a}{7} + a + \frac{3a}{2} = \frac{45a}{14}$

Por dato:

$$\frac{3a}{2} = \frac{1}{2}\left(\frac{45a}{14} - 20\right)$$

$$3a = \frac{45a}{14} - 20$$

$$20 = \frac{3a}{14}$$

$$15 \times 20 = \frac{3a}{14} \times 15$$

$$\frac{45a}{14} = 300 \qquad \therefore \text{Total: S/.300}$$

Clave C

12 César y Kike compran cada uno: A kg

A César le queda: A/5

A Kike le queda: A/7

$\frac{A}{5} + \frac{A}{7} = \frac{12}{35}A$

La fracción que les queda:

$x(2A) = \frac{12A}{35}$

$x = \frac{6}{35}$

Clave D

13 16 leche pura:

1.° : 8 leche + 8 agua

2.° : 4 leche + 12 agua

Entonces, quedan 4 L de leche pura.

Clave D

14 Sea la fortuna del padre: x

Queda:

Mayor: $\frac{x}{3} + 2000 \Rightarrow \frac{2}{3}x - 2000$

Segundo: $\frac{1}{4}\left(\frac{2}{3}x - 2000\right) + 1000$

Menor: $\frac{3}{5}\left[\frac{3}{4}\left(\frac{2}{3}x - 2000\right) - 1000\right] + 800$

Luego de la repartición queda:

$$\frac{2}{5}\left[\frac{3}{4}\left(\frac{2x}{3} - 2000\right) - 1000\right] - 800 = 1200$$

$$\frac{3}{10}\left(\frac{2x}{3} - 2000\right) - 400 - 800 = 1200$$

$$\frac{x}{5} - 600 - 400 - 800 = 1200$$

$$\frac{x}{5} - 1800 = 1200$$

$$\frac{x}{5} = 3000$$

$$x = \text{S/.15 000}$$

Clave C

15 1.er día: $x \Rightarrow$ queda: $(140 - x)$

2.° día: $\frac{1}{3}(140 - x) \Rightarrow$ queda: $\frac{2}{3}(140 - x)$

3.er día: $\frac{1}{4}\left[\frac{2}{3}(140 - x)\right]$

Queda: $\frac{3}{4}\left[\frac{2}{3}(140 - x)\right]$

4.° día: $\frac{1}{5}\left\{\frac{3}{4}\left[\frac{2}{3}(140 - x)\right]\right\}$

Queda: $\frac{4}{5}\left\{\frac{3}{4}\left[\frac{2}{3}(140 - x)\right]\right\} = x$

Resolviendo:

$$\frac{2}{5}(140 - x) = x$$

$$280 - 2x = 5x$$

$$280 = 7x$$

$$x = 40 \text{ L}$$

Clave A

16 Ana: a (demora)

Juana: 4a (demora)

En 1 hora:

$\frac{1}{a} + \frac{1}{4a} = \frac{1}{6} \Rightarrow a = 7{,}5$ h

Clave D

17 En las 3 primeras horas, se llena $\frac{3}{5}$ del tanque, entonces falta llenar $\frac{2}{5}$.

En una hora caño y desagüe llenan:

$\frac{1}{5} - \frac{1}{6} = \frac{1}{30}$ del tanque

Entonces:

1 h ——— $\frac{1}{30}$ del tanque

x ——— $\frac{2}{5}$ del tanque

x = 12

El tanque se llenará en: 12 + 3 = 15 h

Clave C

18 Sea la fortuna inicial: F



Pierde: $\frac{3}{8}F \Rightarrow$ queda: $\frac{5}{8}F$

Luego:

$\frac{1}{9}\left(\frac{5}{8}F\right) \Rightarrow$ queda: $\left(\frac{8}{9}\right)\left(\frac{5}{8}F\right)$

Después:

$\left(\frac{5}{12}\right)\left(\frac{8}{9}\right)\left(\frac{5}{8}F\right) \Rightarrow$ queda: $\frac{7}{12}\times\frac{8}{9}\times\frac{5}{8}F$

Dato:

$\frac{7}{12}\times\frac{8}{9}\times\frac{5}{8}F + 60\,800 = \frac{F}{2}$

$60\,800 = \frac{19F}{108} \Rightarrow F = S/.345\,600$

Clave B

19 $\frac{2+a}{5+b} = \frac{5}{2}$

$4 + 2a = 25 + 5b$

$2a - 5b = 21$

↓ ↓

13 1 ✗ (no es primo)

23 5 ✓ $\therefore a + b = 23 + 5 = 28$

Clave E

20 Caja 1: x ; Caja 2: y

Se usa: $\frac{3x}{8}$ Se usa: $\frac{2y}{7}$

Queda: $\frac{5x}{8}$ Queda: $\frac{5y}{7}$

$\frac{3}{8}x - \frac{2}{7}y = 13$; $\frac{5}{8}x = \frac{7}{4}\times\frac{5}{7}y$

$x = 2y$

Reemplazamos:

$\frac{3(2y)}{8} - \frac{2y}{7} = 13$

$\Rightarrow y = 28$

$x = 56$

Clave A

NIVEL 3 (página 105)

21 $\frac{2}{3}\times\frac{3}{5}\times\frac{7}{3}\times\frac{1}{2}\times C = \frac{21}{5}\times\frac{4}{7}\times\frac{2}{9}\times C - 105$

$\frac{7}{15}C = \frac{8}{15}C - 105$

$105 = \frac{C}{15}$

$C = 1575 \text{ m} \Rightarrow 4C = 6300 \text{ m}$

Clave B

22 Según el enunciado:

Inicio
↓
Casino S/.1000
) $\times\frac{4}{3}$
↓
Cine S/.750
) $\times\frac{3}{2}$
↓
Hipódromo S/.500
) $\times\frac{5}{4}$
↓
Casino S/.400
) $\times\frac{4}{3}$
↓
Cine S/.300
) $\times\frac{3}{2}$
↓
Hipódromo S/.200
) $\times\frac{5}{4}$
↓
Casino S/.160
) $\times\frac{4}{3}$
↓
Cine S/.120
) $\times\frac{3}{2}$
↓
Hipódromo S/.80
↓ $\times\frac{5}{4}$
S/.64

Por lo tanto, al inicio tenía S/.1000.

Clave E

23 Inicio: 5(pisco) + 2(gaseosa) + 3(caña)

Queda: $\frac{3}{4}\times 5(p) + \frac{3}{4}(2)(g) + \frac{3}{4}\times 3(c)$

Se añade: $+\frac{10}{4}(g)$

$\frac{15}{4}(p) + 4(g) + \frac{9}{4}(c)$

Queda: $\frac{2}{3}\times\frac{15}{4}(p) + \frac{2}{3}\times 4(g) + \frac{2}{3}\times\frac{9}{4}(c)$

Se añade: $+\frac{10}{3}(g)$

$\frac{5}{2}(p) + 6(g) + \frac{3}{2}(c)$

Queda: $\frac{4}{5}\times\frac{5}{2}(p) + \frac{4}{5}\times 6(g) + \frac{4}{5}\left(\frac{3}{2}\right)(c)$

Se añade: $+\frac{10}{5}(g)$

$2(p) + \frac{34}{5}(g) + \frac{12}{10}(c)$

Por lo tanto, al final hay:

$\frac{34}{5} = 6{,}8$ L de gaseosa.

Clave D

24



	Consume:	Queda:
1.er día:	$\frac{1}{2}x + 4 \Rightarrow$	$\frac{1}{2}x - 4$
2.° día:		



$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}x-4\right)+5 \Rightarrow \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}x-4\right)-5$$

3.er día:

$$\frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}x-4\right)-5\right]+6 \Rightarrow \underbrace{\frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}x-4\right)-5\right]-6=6}_{x=124}$$

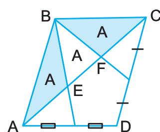
Pero:

$$\frac{1}{5}\times V-34=2 \Rightarrow V=180\text{ L}$$

↑ consumo del 2.° día

Clave E

25 En la figura I:

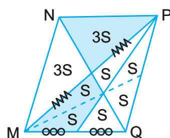


Por propiedad:

AE = EF = FC

$\Rightarrow A_{\Delta ABE} = A_{\Delta EBF} = A_{\Delta FBC} = A$

En la figura II:



Por dato:

$$A_{ABCD} = \frac{3}{2}A_{MNPQ}$$

$$\Rightarrow 6A = \frac{3}{2}(12S)$$

$$A = 3S$$

Piden:

$$\frac{A_{somb.(II)}}{A_{no\ somb.(I)}} = \frac{5S}{4A} = \frac{5S}{4(3S)} = \frac{5}{12}$$

Clave A

26 x: número inicial de gusanos

Luego de 15 días hay:

2 (2(2(2(2(x))))) = 32x

$3 \longrightarrow \frac{1}{448}$ caja

⇒ Caja llena: 3 × 448 = 1344 gusanos

Finalmente: 32x = 1344

x = 42

Clave E

27 Por ser homogéneas:

$a_1 = a_2 = a_3 = ... = a_{11} = a$

Efectuando:

$$\frac{10+11+12+...+20}{a}$$

$$=\frac{\frac{(10+20)}{2}\times 11}{a} = \frac{15\times 11}{a}$$

Se nota que: a > 20 (fracción propia)

$$\frac{3\times 5\times 11}{a} = N_{máx.}$$

Para que el resultado sea máximo, a debe ser mínimo:

∴ a = 33

Clave D

28 Panchito: 8 días

Lolito: 12 días

Luchito: x días

El avance diario de los 3 pintores es:

$$\frac{1}{8}+\frac{1}{12}+\frac{1}{x}=\frac{1}{4} \Rightarrow x=24$$

8 días de Luchito: $8\cdot\frac{1}{24}=\frac{1}{3}$

6 días de Panchito: $6\cdot\frac{1}{8}=\frac{3}{4}$

Lolito (a días): $a\cdot\frac{1}{12}$

$$\frac{1}{3}+\frac{3}{4}+a\times\frac{1}{12}=3 \Rightarrow a=23$$

Por lo tanto, Lolito trabajó 23 días.

Clave E

29 Sea la capacidad del tanque: A

Según el enunciado:

$$\left(\frac{15A}{50}+\frac{16A}{40}-90\right)+10\left(\frac{A}{50}+\frac{A}{40}\right)=A$$

Resolviendo:

A = 600 L

Clave A

30 En 1 s la descarga es:

(2 + 3 + 5) – 4 = 6 L/s

Pero 6 m equivalen a 60 L.

Luego de 10 s ya no funciona el caño A.

La frecuencia de descarga ahora es:

(3 + 5) – 4 = 4 L/s

Pero 4 m equivalen a 40 L.

Luego de 10 s ya no funciona el caño B.

La frecuencia de descarga ahora es:

(5) – 4 = 1 L/s

Pero 6 m equivalen a 60 L.

Luego de 60 s ya no funciona el caño C.

La frecuencia de descarga ahora es: 5 L/s

Pero 4 m equivalen a 40 L.

Luego de 8 s el tanque queda vacío.

Por lo tanto, el tiempo total es:

10 + 10 + 60 + 8 = 88 s

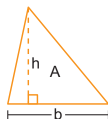
Clave E

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 112)

1 Área del triángulo inicial: $A = \dfrac{b.h}{2}$

Base del triángulo: b

Altura del triángulo: h



Luego:

La base del triángulo, disminuye en 25%:

$b' = 75\%\, b$

Pero: $A' = \dfrac{b'.h'}{2}$

Como: $A = A'$

$\Rightarrow \dfrac{b.h}{2} = \dfrac{b'.h'}{2}$

$\dfrac{b.h}{2} = \dfrac{(75\%.b)\,h'}{2}$

$h' = 133,\widehat{3}\%h$

Su altura varía en:

$h' - h = 133,\widehat{3}\ h - 100\%\ h = 33,\widehat{3}\%\ h$

$\therefore$ La altura aumenta $33,\widehat{3}\%$. **Clave D**

2 Sabemos:

$P_V = P_F - D$

$\downarrow$

$G + C = P_F - 20\%\ P_F$

$25\%\ (P_V) + 12\,000 = 80\%\ P_F$

$\downarrow$

$25\%(80\%\ P_F) + 12\,000 = 80\%\ P_F$

$20\%\ P_F + 12\,000 = 80\%\ P_F$

$12\,000 = 80\%\ P_F - 20\%\ P_F$

$12\,000 = 60\%\ P_F$

$\therefore P_F = S/.20\,000$

Clave A

3 Los descuentos están en relación de 4 a 5.

$\Rightarrow D_1 = 4k\% \ \wedge\ D_2 = 5k\%$

$900 - 4k\%\ 900 = 960 - 5k\%\ 960$

$5k\%\ .\ 960 - 4k\%\ 900 = 960 - 900$

$48k - 36k = 60 \ \Rightarrow k = 5$

$\Rightarrow D_1 = 20\% \ \wedge\ D_2 = 25\%$

$\therefore P_{V_1} = 900 - 20\%\ 900 = S/.720$ **Clave C**

4 Primer auto: $P_{V_1} = C_1 + g$

$5400 = C_1 + 20\%C_1$

$5400 = 120\%\ C_1 \ \Rightarrow\ C_1 = S/.4500$

Segundo auto: $P_{V_2} = C_2 - P$

$5400 = C_2 - 20\%C_2$

$5400 = 80\%\ C_2 \ \Rightarrow\ C_2 = S/.6750$

$\Rightarrow P_{V_1} + P_{V_2} = 5400 + 5400 = S/.10\,800$ (Venta total)

$P_{C_1} + P_{C_2} = 4500 + 6750 = S/.11\,250$ (Costo total)

Pierde: $11\,250 - 10\,800 = S/.450$ **Clave B**

5 Edad de A = x

Edad de B = y $\Rightarrow\ 30\%\ y = x$

$\dfrac{3}{10}y = x$

	Hace 5 años	Presente	Dentro 20 años
A	$\dfrac{3y}{10} - 5$	$x = \dfrac{3y}{10}$	$\dfrac{3y}{10} + 20$
B	$y - 5$	y	$y + 20$

Dato: $(y - 5) - \left(\dfrac{3y}{10} - 5\right) = 14$

$y - \dfrac{3y}{10} = 14 \ \Rightarrow\ y = 20\ ;\ x = 6$

Dentro de 20 años

A tendrá: 6 + 20 = 26

B tendrá: 20 + 20 = 40

Piden: (m) . (40) = 26

$m = \dfrac{26}{40}\ .\ 100\%$

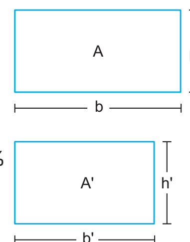
$m = 65\%$ **Clave B**

6 Inicialmente: $A = b\ .\ h$

Luego:

Área disminuye 28%

$A' = 72\%\ A$



Altura aumentó en un 60%

$h' = 160\ h\%$

$\Rightarrow\ A' = 72\%\ A$

$b'\ .\ h' = 72\%\ b\ .\ h$

$b'\ .\ (160\ h\%) = 72\%\ b\ .\ h$

$b' = 72/160\ .\ b$

$b' = 45\%\ b$

$\Rightarrow$ La variación de la base es:

$b - b' = 100\%b - 45\%b = 55\%b$

$\therefore$ La base disminuyó en 55%. **Clave D**

7 Total de animales: T

Del enunciado planteamos:

$20\%T + 50\%(80\%T) + 80 = T$

$20\%T + 40\%T + 80 = T$

$60\%T + 80 = T$

$80 = 100\%T - 60\%T$

$80 = 40\%T$

$80 = 40/100\ .\ T$

$T = 200$

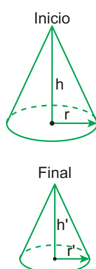
$\therefore$ En total hay 200 animales. **Clave A**



8 Volumen inicial (V)

$V = \dfrac{\pi r^2 . h}{3}$

r: radio del cono
h: altura del cono



Luego:
Radio disminuye en 10%
$\Rightarrow$ r' = 90% r

Altura aumenta en 10%
h' = 110% h

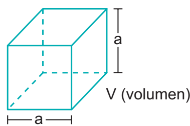
$\Rightarrow V' = \dfrac{\pi r'^2 . h'}{3}$

$V' = \dfrac{\pi (90\% r)^2 . 110\% h}{3} = \dfrac{\pi r^2 h}{3} . (90\%)^2 . 110\%$

$\Rightarrow$ V' = 89,1%V $\Rightarrow$ el volumen varía en:
V – V' = 100%N – 89,1%V = 10,9%V
∴ Su volumen disminuye en 10,9%.

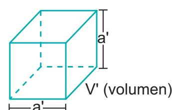
Clave E

9 El volumen inicial es:
$V = a^3$
a: arista del cubo



Luego:
La arista disminuye en 10%
a' = 90%a
$\Rightarrow V' = (a')^3$
↓
$V' = (90\%a)^3$

$V' = (90\%)^3 a^3$
↓ ↓
V' = 72,9% V



El volumen varía en: V – V' = 100%V – 72,9%V
= 27,1%V
∴ El volumen disminuye en 27,1%.

Clave E

10 Sea el peso total: T

Sustancia A: 60 kg
Costo por kilo: S/.5
Costo total A: S/.300

Sustancia B: 25%t kg
Costo por kilo: S/.x
Costo total B: S/.25%T . x

$\Rightarrow$ 60 kg + 25%T kg = T kg
T = 80 kg $\Rightarrow$ sustancia B: 20 kg
Costo total B: S/.20x

Del enunciado, se obtiene una sustancia de 4 soles/kilo
$\Rightarrow$ 300 + 20x = 80 . 4
x = 1
∴ El precio por kilo es S/.1.

Clave D

11 Sea el volumen inicial (V):

$V = \dfrac{4}{3}\pi r^3$

La superficie inicial (S):
$S = 4\pi r^2$
r: radio de la esfera

V (volumen)
S (superficie)
r (radio)

Luego:
La superficie disminuye en 36%
S' = 64%S
↓ ↓
$4\pi r'^2 = 64\% \, 4\pi r^2$
r' = 80% r

V' (volumen)
S' (superficie)
r' (radio)

El volumen será:
$V' = 4/3\pi \, r'^3$
$V' = 4/3\pi(80\%r)^3$
$V' = 4/3\pi r^3 . (80\%)^3$
↓
V' = V . 51,2%

$\Rightarrow$ El volumen disminuye en V – V':

100%V – 51,2%V = 48,8% V

Clave A

12 Precio del artículo: A

Se rebaja en 20%
$\Rightarrow$ B = 80%A
Del enunciado tenemos:
x%B + B = A
x%(80%A) + 80%A = A
x% . 80%A = 20%A
x% = 1/4
x = 25

∴ El incremento es del 25%.

Clave B

13 Del enunciado planteamos:
$a^2\% . 9000 + b^2\% . 9000 = 2250$
$90a^2 + 90b^2 = 2250$
$a^2 + b^2 = 25$ ...(1)

Además:
(a . b)% 9000 – (a + b)% 9000 = 450
90(a . b) – 90(a + b) = 450
a . b – (a + b) = 5 ...(2)

De (1) y (2) obtenemos:
a = 4 y b = 3

Nos piden:
(a – b)% 9000 = (4 – 3)% 9000 = 90

Clave C



14 Sea: $A = \dfrac{3M^{\frac{1}{2}}R^2}{4}$

Luego:
R aumenta 20% ⇒ R' = 120%R

M disminuye 75% ⇒ M' = 25%M

Luego: $A' = \dfrac{3M'^{\frac{1}{2}}R'^2}{4}$

$A' = \dfrac{3(25\%M)^{\frac{1}{2}}.(120\%R)^2}{4}$

$A' = \dfrac{3}{4}.M^{1/2}.R^2.(25\%)^{1/2}.(120\%)^2$

$A' = A . 72\%$

$A' = 72\%\ A$

Entonces varía en:
$A - A' = 100\%A - 72\%A = 28\%A$
∴ Disminuye 28%.

Clave D

REFUERZA PRACTICANDO

NIVEL 1 (página 114)

1 $Pv = 300 + Pv . 0,25$

∴ $Pv = S/.400$ **Clave D**

2 $\dfrac{60}{100}\cdot\dfrac{85}{1000}\cdot\dfrac{7}{17}N + \dfrac{38}{100}\cdot\dfrac{1}{4}N = 493$

$0,021N + 0,095N = 493$

$0,116N = 493$

∴ $N = \dfrac{493}{0,116} = 4250$ **Clave A**

3 De acuerdo al problema:

Pv: precio de venta = S/.420

Pc: precio de compra

$Pv - Pc = 0,14Pc + 0,05Pv$

$0,95Pv = 1,14Pc \Rightarrow Pc = \dfrac{0,95}{1,14}Pv$

∴ $Pc = \dfrac{0,95}{1,14}\times 420 = S/.350$ **Clave B**

4 Se rebaja 10% por lo que el nuevo precio es:
$B = 90\%\ A$
Del enunciado:
$(100 + x)\%\ B = A$

$\dfrac{(100+x)}{100}\cdot\dfrac{90}{100}A = A$

$9(100 + x) = 1000$

$900 + 9x = 1000 \Rightarrow x = 11,\widehat{1}$

∴ Se tendría que aumentar en $11,\widehat{1}\%$.

Clave E

5 Sea x la cantidad de mujeres que deben llegar.

$M = 40\%(800) = 320$ personas

Del enunciado se tiene:

$320 + x = 50\%(800 + x)$

$320 + x = 400 + 0,5x$

$0,5x = 80$

∴ $x = 160$ mujeres

Clave E

6 $Pv_1 = Pv_2 = S/.80$

Del enunciado se tiene:

$Pv_1 = Pc_1 + 25\%\ Pc_1$

$80 = 125\%\ Pc_1 \Rightarrow Pc_1 = S/.64$

$Pv_2 = Pc_2 - 20\%\ Pc_2$

$80 = 80\%\ Pc_2 \Rightarrow Pc_2 = S/.100$

Luego:

$Pv_T = Pv_1 + Pv_2 = S/.160$

$Pc_T = Pc_1 + Pc_2 = S/.164$

Luego: $Pv_T < Pc_T$

∴ Por lo tanto, perdió 4 soles.

Clave D

7 $\dfrac{N-120}{N} = \dfrac{1-4/5}{1} = 0,2$

$N - 120 = 0,2\ N$

$0,8\ N = 120$

$\Rightarrow N = 150$

∴ La suma de cifras es: $1 + 5 + 0 = 6$

Clave C

8 Se rompen 10% quedan 90% × 200 = 180

De 180 se vende el 60% 180 = 108

Por lo tanto, quedaron sin vender:

180 – 108 = 72 huevos

Clave D

9 $x\% = \dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{3}{4}\cdot\dfrac{4}{5}\cdot\dfrac{25}{10}.\ 100\%$

$\Rightarrow x\% = 100\%$

Piden: x%(45)

Por lo tanto, el 100% de 45 es 45.

Clave B

10 $\dfrac{(a-b)}{100}\cdot\dfrac{20}{100}\cdot\dfrac{1}{a+b}\cdot\dfrac{a^2-b^2}{(a-b)^2}.\ 6000 = 12$

Clave C



NIVEL 2 (página 115)

11 $\frac{A_1}{A}=\frac{(100-19)}{100}=\frac{81}{100}=\frac{4\pi r_1^2}{4\pi r^2}$

$\Rightarrow \frac{r_1^2}{r^2}=\left(\frac{9}{10}\right)^2 \Rightarrow r_1=\frac{9}{10}r$

Luego:

$\frac{V_1}{V}=\frac{\frac{4}{3}\pi r_1^3}{\frac{4}{3}\pi r^3}=\left(\frac{\frac{9}{10}r}{r}\right)^3=\frac{729}{1000}=0,729$

$V_1 = 72,9\%\ V$

∴ El volumen disminuye en: 100 – 72,9 = 27,1%

Clave B

12 Del enunciado:

$G=(1-0,2)P_F-P_C=0,2P_C$

P_F = precio fijado

P_C = precio de costo

$0,8P_F=1,2P_C$

$P_F=\frac{1,2}{0,8}=1,5P_C$

Piden: $\frac{0,2P_C}{P_F}=\frac{0,2P_C}{1,5P_C}=\frac{0,2}{1,5}=\frac{2}{15}$

Clave D

13 $(2750-350)\times\frac{7}{12}=S/.1400$

G = 1400 – 1000 = 400

$\%Ganancia=\left(\frac{400}{1000}\right)100\%=40\%$

Por lo tanto, la ganancia es el 40%.

Clave E

14 De los datos:

Sea a los que aprobaron solo ciencia.

Sea b los que aprobaron solo letras.

Sea c los que aprobaron ambos cursos.

Sea M el número de matriculados.

a + b + c = M – 0,1M = 0,9M ...(1)

$\left.\begin{array}{l}a+c=0,6M\\ b+c=0,72M\end{array}\right\}(+)$

a + b + c + c = 0,6M + 0,72M = 1,32M

0,9M + c = 1,32M ⇒ c = 0,42M

Reemplazamos en (1): a + b + 0,42M = 0,9M

⇒ a + b = 0,48M

Piden: $\frac{a+b}{M}=0,48=48\%$

Clave B

15 Sean A, B y C lo que se tiene:

B = A + 0,2A = 1,2A ...(1)

C = B – 1/3 B = 2/3B

⇒ B = 3/2C ...(2)

De (1) y (2): 3/2C = 1,2A ⇒ C = 0,8A

Piden: $\frac{C}{A}=\frac{0,8A}{A}=0,8\ .\ 100\%=80\%$

Clave C

16 Sea x el número de preguntas por contestar.

85 + x = 90%(100 + x)

85 + x = 90 + 0,9x ∴ x = 50

Clave A

17 Descuento único:

x% = 100% – (100 – 20)% (100 – 10)%

x% = 100% – 80% 90% = 28% ⇒ x = 28

Aumento único:

y% = (100 + 10)% (100 + 20)% (100 + 10)% – 100%

y% = 110% 120% 110% – 100%

y% = 45,2% ⇒ y = 45,2

∴ x + y = 73,2

Clave B

18 Sea: A = precio de la camisa.

B = precio de la corbata.

Del enunciado: A = 5B ...(1)

Además:

Descuento = 30%A + 20%B

357 = 30%A + 20%B ...(2)

Reemplazamos (1) en (2):

357 = 30%(5B) + 20%B

357 = 170%B ∴ B = S/.210

Clave E

19 $\frac{a^2}{100}\ .\ 9000+\frac{b^2}{100}\ .\ 9000=2250$

Simplificando: $a^2+b^2=25$ ...(1)

$\frac{(a\cdot b)}{100}\ .\ 9000-\frac{(a+b)}{100}\ .\ 9000=450$

Simplificando: ab – (a + b) = 5 ...(2)

Resolviendo (1) y (2): ⇒ a = 4 y b = 3

$\therefore \frac{(a-b)}{100}\ .\ 9000=\frac{(4-3)}{100}\ .\ 9000=90$

Clave E

20 Sea: A = a . b (área del rectángulo)

Del enunciado:

Disminuye = a . b – 110% a . 90% b

80 = a . b – 0,99 a . b

80 = 0,01 a . b ⇒ a . b = 8000

∴ A = 8000 m^2

Clave B

NIVEL 3 (página 116)

21 $\frac{100}{3}\cdot\frac{1}{100}A=B-\frac{500}{7}\cdot\frac{1}{100}B$

$\frac{1}{3}A=\frac{2}{7}B\Rightarrow\frac{B}{A}=\frac{7}{6}=1,1\widehat{6}$

Por lo tanto, el valor de B respecto de A representa el 116,$\widehat{6}$%

Clave B



22 Sea x el número de casacas vendidas con ganancia 10%, entonces se gana S/.20 por cada una y el número de casacas vendidas con ganancia 20%, entonces se gana S/.40 por cada una.

Luego: $x + y = 80$ ...(1)

También: $x . 20 + y . 40 = 2800$

$x + 2y = 140$ ...(2)

Reemplazamos (1) en (2):

$x + 2(80 - x) = 140$

$x + 160 - 2x = 140 \quad \therefore x = 20$ casacas

Clave C

23 Tres personas A, B y C almuerzan juntas, sea T lo gastado por los tres.

$A + B + C = T$

$T/5 + B + 0,7B = T$ ...(1)

Por dato: $C = 0,7B = 84 \Rightarrow B = 120$

Reemplazamos $B = 120$ en (1):

$\frac{T}{5} + 120 + 84 = T \Rightarrow 204 = \frac{4}{5} \Rightarrow T = S/.255$

Piden $\frac{T}{5} = S/.51$

Clave A

24 Sean: D: desaprobado

A: aprobado

1.er examen

Hay N postulantes; $\frac{D}{A} = \frac{2}{3} \Rightarrow \%D = \frac{2}{5}N$

2.° examen

Quedan:

$N - \frac{2}{5}N = \frac{3}{5}N \qquad \frac{D}{A} = \frac{3}{2}$

$\Rightarrow \%D = \frac{3}{5}\left(\frac{3N}{5}\right) = \frac{9}{25}N$

3.er examen

Quedan:

$\frac{3}{5}N - \frac{9}{25}N = \frac{6}{25}N; \quad D = A$

$\Rightarrow \%D = \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{25}N = \frac{3N}{25}$

Por dato: $\frac{9}{25}N - \frac{3}{25}N = 60 \Rightarrow \frac{6}{25}N = 60$

$\therefore N = 250$ postulantes

Clave C

25 Se sabe que:

$a . b . d =$ n.° de raciones totales ...(1)

Aunque se retiren las raciones seguirán siendo iguales.

$\Rightarrow 0,4a . \frac{2b}{3} . x$ ...(2)

De (1) y (2): $a . b . d = \frac{0,8}{3} a . b . x \Rightarrow x = 3,75d$

Se pide: $\frac{x - d}{d} = \frac{3,75d - d}{d} = 2,75 = 275\%$

Clave A

26 Sean L_A y A_A la longitud y el ancho de la tela antes de lavar.

Por dato: $A_A = 2$ m

$L = L_A - 20\% L_A = 0,8L_A$

$A = A_A - 10\% . A_A = 0,9A_A$

$72 = A \times L = 0,8L_A \times 0,9A_A = 0,72L_AA_A$

$L_AA_A = 100 \Rightarrow L_A = \frac{100}{A_A} = \frac{100}{2} = 50$ m

Clave E

27 Con rendimiento 1 se hará una prenda en T horas.

Para 0,3 de la prenda el tiempo será: $t = 0,3T$

Con rendimiento 1,4 se hará 1,4 prendas en T horas.

Para 0,7 de la prenda y con rendimiento 1,4, el tiempo será: $t_o = 0,5T$

Además: $T = t + t_o + 2$

$T = 0,3T + 0,5T + 2$

$T = 0,8T + 2$

$0,2T = 2$

$\therefore T = 10$ horas

Clave E

28 Peso de la mezcla inicial **a**.

Arena: $75\%\ a = \frac{3}{4}a$

$\frac{3}{4}a - 50 = 66,\overset{\frown}{6}\%(a - 50) = \frac{2}{3}(a - 50)$

$\frac{3}{4}a - 50 = \frac{2}{3}a - \frac{100}{3}$

$\frac{3}{4}a - \frac{2}{3}a = 50 - \frac{100}{3}$

$\Rightarrow \frac{9a - 8a}{12} = \frac{150 - 100}{3}$

$a = 50 \times 4 = 200$ kg

Por lo tanto, el peso de la mezcla resultante es:

$a - 50 = 200 - 50 = 150$ kg

Clave E

29 Sea P_T el peso total.

Del enunciado se tiene: $60 + 25\% P_T = P_T$

$60 = 75\%P_T \Rightarrow P_T = 80$ kg

Luego:

(60 kg)(S/.5) + (20 kg)x = (80 kg) (S/.4)

$300 + 20x = 320$

$\therefore x = S/.1$

Clave A

30 $A_{SL} = 2\pi r \times g$ — constantes

$A_{SL\ INICIO} = 10k$, $A_{SL\ FINAL} = 14k$ (+40%)

$A_{B\ INICIO} = 100k^2$, $A_{B\ FINAL} = 196k^2$ ($96k^2$)

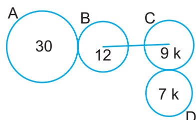
$\therefore \frac{96k^2}{100k^2} . 100\% = 96\%$

Clave D

Magnitudes proporcionales

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 122)

1



• $d_A \times V_A = d_B \times V_B$

$30 \times 28 = 12 \times V_B$

$V_B = 70 \Rightarrow V_C = 70$

• $d_C \times V_C = d_D \times V_D$

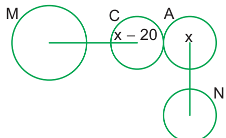
$9K \times \overset{10}{70} = 7K \times V_D$

$V_D = 90$ (en un minuto)

$\therefore$ En 2' dará 180 vueltas.

Clave D

2



$V_M = 75 \Rightarrow V_C = 75$

$V_N = 25 \Rightarrow V_A = 25$

$V_C \times d_C = V_A \times d_A$

$75(x - 20) = 25x$

$3x - 60 = x$

$2x = 60$

$x = 30$

$\therefore$ La rueda C tiene 10 dientes.

Clave B

3 A DP B^3

C IP $\sqrt{A}$

$\Rightarrow$ Por propiedad C^2 IP A

$\Rightarrow$ A IP C^2

$$\frac{A \times C^2}{B^3} = k$$

$$\frac{60 \times 9^2}{6^3} = \frac{x \times 15^2}{10^3}$$

$$\frac{60 \times 81}{216} = \frac{x \times 225}{1000}$$

$x = 10 \times 10 \Rightarrow x = 100$

Clave A

4 A DP $\sqrt{B}$

C^2 DP $\sqrt{A}$

$\Rightarrow$ Por propiedad C^2 DP $\sqrt{A}$

$\Rightarrow$ A DP C^4

$$\frac{A}{\sqrt{B} \times C^4} = k$$

$$\frac{96}{\sqrt{9} \times 2^4} = \frac{648}{\sqrt{n} \times 3^4}$$

$$\frac{4}{3 \times 16} = \frac{27}{\sqrt{n} \times 81}$$

$\sqrt{n} = 4 \Rightarrow n = 16$

Clave C

5 $\dfrac{\text{Precio}}{\text{Peso}^2} = k$

$$\Rightarrow \frac{2997}{9^2} = \frac{P_1}{4^2} = \frac{P_2}{3^2} = \frac{P_3}{2^2}$$

$$\frac{2997}{81} = \frac{P_1}{16} = \frac{P_2}{9} = \frac{P_3}{4}$$

$$37 = \frac{P_1}{16} = \frac{P_2}{9} = \frac{P_3}{4}$$

$P_1 + P_2 + P_3 = 37(16 + 9 + 4)$

$= 1073$

$\therefore$ Pérdida S/. 2997 – S/. 1073

= S/. 1924

Clave E

6 $\dfrac{\text{Precio}}{\text{Peso}^3} = k$

$$\Rightarrow \frac{10\,000}{10^3} = \frac{P_1}{2^3} = \frac{P_2}{3^3} = \frac{P_3}{5^3}$$

$$\frac{10\,000}{1000} = \frac{P_1}{8} = \frac{P_2}{27} = \frac{P_3}{125}$$

$$10 = \frac{P_1}{8} = \frac{P_2}{27} = \frac{P_3}{125}$$

$P_1 + P_2 + P_3 = 10(8 + 27 + 125)$

$= 1600$

$\therefore$ Pérdida S/. 10 000 – S/. 1600

= S/. 8400

Clave D

7 $\dfrac{\text{Precio V}}{\text{M}} = \dfrac{\text{Precio}}{\text{P}} = k$

1,2 kg = 1200 g

$\Rightarrow P = \dfrac{1200}{600} = 2$ g/cc

$\dfrac{9}{1,5} = \dfrac{\text{Precio}}{2}$

Precio = S/.12

Clave C

8 $\dfrac{\text{Costo} \cdot d^2}{\text{Área}} = K$

$$\Rightarrow \frac{540\,000 \cdot d^2}{A} = \frac{x(4d)^2}{2A}$$

$$540\,000\, d^2 = \frac{x \times 16\, d^2}{2}$$

$$x = \frac{540\,000}{8}$$

$\therefore x =$ S/.67 500

Clave B

9 $V \times T^n = k \Rightarrow \overset{16}{\cancel{80}} \cdot 4^2 = 5 \cdot T^8$

$16 \cdot 4^2 = T^8$

$2^4 \cdot 2^4 = T^8$

$2^8 = T^8$

$\Rightarrow T = 2$ min

Clave A

10 $\dfrac{R\,D^2}{L} = k \Rightarrow \dfrac{R\,D^2}{L} = \dfrac{x\left(D/3\right)^2}{5/9\, L}$

$$\frac{R\,\cancel{D^2}}{\cancel{L}} = \frac{x\, \cancel{9}\, \cancel{D^2}}{\cancel{9} \cdot 5\cancel{L}}$$

$\Rightarrow x = 5R$

$\therefore$ Se quintuplica.

Clave C

11 A IP B

$\Rightarrow A \times B = k$

• $16(a + 8) = 20a$

$4a + 32 = 5a$

$\Rightarrow a = 32$

• $20 \times a = b(a - 16)$

$20 \times 32 = b(32 - 16)$

$20 \times 32 = b \times 16$

$\Rightarrow b = 40$

$\therefore a \times b = 1280$

Clave E

12 En $\overline{OM}$: $\dfrac{\overset{2}{\cancel{8}}}{\underset{\cancel{3}}{\cancel{12}}} = \dfrac{a}{\underset{6}{\cancel{18}}}$

$\Rightarrow a = 12$

En $\overline{MN}$: $a \times 18 = b \times 36$

${}_6\cancel{12} \times \cancel{18} = b \times \cancel{36}^{\cancel{2}}$

$\Rightarrow b = 6$

$\therefore a + b = 18$

Clave D

13 A DP B^2;

si $B \leq \sqrt{5}$ (en particular $B = \sqrt{5}$)

Si A = 6; $B = \sqrt{3}$, entonces:

$$\frac{6}{(\sqrt{3})^2} = \frac{A}{(\sqrt{5})^2}$$

$\dfrac{6}{3} = \dfrac{A}{5} \Rightarrow A = 10$

A IP B;

si $B \geq \sqrt{5}$ (en particular $B = \sqrt{5}$)

Si $B = \sqrt{5}$; A = 10

$\Rightarrow$ calculemos A para $B = 2\sqrt{5}$

$10 \times \sqrt{5} = A \times 2\sqrt{5} \Rightarrow A = 5$

$\therefore$ Si A = 6, $B = \sqrt{3}$, entonces cuando $B = 2\sqrt{5}$, A = 5.

Clave B



14 $f(4) = \frac{24}{4} = 6 \Rightarrow B(4,6)$

$f(a) = \frac{24}{a} = 12 \Rightarrow a = 2$

En $\overline{MB}$: $\frac{a}{b} = \frac{4}{6} \Rightarrow \frac{2}{b} = \frac{4}{6} \Rightarrow b = 3$

$\therefore\ a + b = 5$ **Clave C**

REFUERZA PRACTICANDO

NIVEL 1 (página 124)

1 DP: n.° piso – tiempo (S)

n.° piso	tiempo (S)
3	30
6	t

$\frac{\text{n.° piso}}{\text{tiempo}} = \text{constante}$

$\frac{3}{30} = \frac{6}{t}$ $\therefore t = 60$ segundos

Clave A

2 IP: n.° trabajadores – tiempo (h)

n.° trabajadores	tiempo (h)
6	8
5	x

(n.° trabajadores) (tiempo) = constante

$6 \,.\, 8 = 5 \,.\, x$

$\therefore\ x = 9{,}6$ horas **Clave E**

3 IP: n.° obreros – n.° días; IP: n.° días – eficiencia

n.° obreros	n.° días	eficiencia
20	6	100%
8	x	60%

(n.° obreros) (n.° días) (eficiencia) = constante

$20 \,.\, 6 \,.\, 100\% = 8 \,.\, x \,.\, 60\%$ $\therefore\ x = 25$ días

Clave C

4 DP: n.° maquinas – n.°envases; DP: n.°envases – tiempo (H)

n.° maquinas	n.°envases	tiempo (H)
5	7200	6
7	x	8

$\frac{\text{n.° envases}}{(\text{n.° máquinas})(\text{tiempo})} = \text{constante}$

$\frac{7200}{5 \,.\, 6} = \frac{x}{7 \,.\, 8}$ $\therefore\ x = 13\,440$ envases

Clave E

5 IP: n.° pintores – n.° días; DP: n.° días – Área

n.° pintores	n.° días	Área
8	20	4000
10	x	6000

$\frac{(\text{n.° días})(\text{n.° pintores})}{\text{Área}} = \text{constante}$

$\frac{20 \,.\, 8}{4000} = \frac{x \,.\, 10}{6000}$ $\therefore x = 24$ días

Clave D

6 IP: h/d – n.° obreros; IP: n.° obreros – tiempo (meses)

h/d	n.° obreros	tiempo (meses)
8	30	3
6	x	2

(h/d)(n.° obreros)(tiempo) = constante

$8 \,.\, 30 \,.\, 3 = 6 \,.\, x \,.\, 2$

$\therefore x = 60$ obreros

Clave B

7 Del enunciado planteamos:

J . M = constante

J	4/3	x
M	5/16	25/6

$\Rightarrow \frac{4}{3} \,.\, \frac{5}{16} = x \,.\, \frac{25}{6}$ $\therefore x = 1/10$

Clave A

NIVEL 2 (página 124)

8 Del enunciado planteamos:

$A^2 \,.\, 3B = \text{constante}$

A	5	2
B	2	x

$\Rightarrow (5)^2 \,.\, (3 \,.\, 2) = (2)^2 \,.\, (3x)$

$x = \frac{25}{2}$

$\therefore 2x = \frac{25}{2} \,.\, 2 = 25$ **Clave D**

9 Del enunciado planteamos:

$\frac{M^2}{\sqrt{N}} \,.\, P = \text{constante}$

M	2	x
N	9	64
P	3	2

$\Rightarrow \frac{2^2 \,.\, 3}{\sqrt{9}} = \frac{x^2 \,.\, 2}{\sqrt{64}}$

$x = 4$

$\therefore\ \%M = \frac{4-2}{2} \,.\, 100\,\% = 100\,\%$

Clave B

10 Del enunciado planteamos:

S . T = constante

S . T = (S + 10% S) . T'

$T' = \frac{10T}{11}$

$\therefore \%T = \left(\frac{T - \frac{10T}{11}}{T}\right) \,.\, 100\% = \left(\frac{100}{11}\right)\%$

Clave A

11 Del enunciado planteamos:

M . N = constante

$\Rightarrow$ M . N = (M – 5)(N + 4)

M . N = M . N + 4M – 5N – 20

4M – 5N = 20



Nos piden: $J = 16M - 20N$

$J = 4\,(\underline{4M - 5N})$

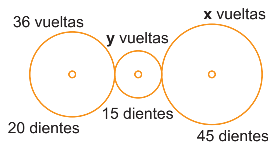
$J = 4 \quad . \quad 20$

$\therefore\ J = 80$

Clave C

12 Sabemos:

(n.° dientes) . (n.° vueltas) = constante



Engranaje izquierdo y central:

$20 \,.\, 36 = 15 \,.\, y$

$y = 48$ vueltas

Engranaje central y derecho:

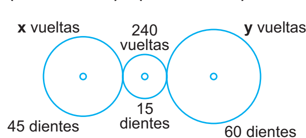
$y \,.\, 15 = x \,.\, 45$

$48 \,.\, 15 = x \,.\, 45 \qquad \therefore\ x = 16$ vueltas

Clave B

13 Sabemos:

(n.° dientes) . (n.° vueltas) = constante



Nos piden: $x - y$

Engranaje izquierdo y central:

$x \,.\, 45 = 15 \,.\, 240$

$x = 80$ vueltas

Engranje central y derecho:

$15 \,.\, 240 = 60 \,.\, y$

$y = 60$ vueltas

$\therefore\ x - y = 80 - 60 = 20$ vueltas

Clave D

14 Sabemos:

$$\frac{(\text{días})(\text{n.° bombas})(\text{h/d})}{\text{nivel}} = \text{constante}$$

n.° bombas	h/d	Días	Nivel
2	5	4	65
3	8	x	78
IP	IP		DP

$\Rightarrow \dfrac{4\,.\,2\,.\,5}{65} = \dfrac{x\,.\,3\,.\,8}{78} \qquad \therefore\ x = 2$

Clave C

15 Del enunciado planteamos:

A DP B $\Rightarrow \dfrac{A}{B}$ = constante

Evaluando el cuadro de magnitudes:

$\dfrac{4}{a} = \dfrac{16}{4a^2};\ a \neq 0$

$a^2 - a = 0$

$a(a - 1) = 0$

$\Rightarrow\ a = 1$

$\therefore\ (a + 2)^3 = (1 + 2)^3 = 27$

Clave C

16 Del enunciado planteamos:

R DP T $\Rightarrow \dfrac{R}{T}$ = constante

Evaluando el cuadro de magnitudes:

$$\frac{(x+9)}{3} = \frac{(x-27)}{(x-9)}$$

$(x + 9)(x - 9) = 3(x - 27)$

$x^2 - 81 = 3x - 81$

$x^2 - 3x = 0$

$x \,.\, (x - 3) = 0$

$x = 0$ ✗ (Pues x aparece en el denominador)

$x = 3$ ✓

Nos piden:

$E = \dfrac{x^x + x}{x} = \dfrac{3^3 + 3}{3}$

$\therefore\ E = 10$

Clave E

NIVEL 3 (página 125)

17 Del enunciado planteamos:

$\dfrac{A\,.\,B}{C}$ = constante

Evaluando el cuadro de magnitudes:

- $\dfrac{8\,.\,6}{4} = \dfrac{x\,.\,15}{5}$

  $x = 4$

- $\dfrac{8\,.\,6}{4} = \dfrac{24\,.\,y}{6}$

  $y = 3$

$\therefore\ x + y = 4 + 3 = 7$

Clave B

18 Sabemos

(n.° dientes)(n.° vueltas) = constante



$336 \,.\, x = 168 \,.\, 48$

$\therefore\ x = 24$ dientes

Clave A



19 Del enunciado planteamos:

Q . W = constante

Evaluando el cuadro de magnitudes:

$4 \,.\, P = 2 \,.\, P^{3/2}$

$2 = \frac{P^{3/2}}{P}$

$2 = P^{1/2}$

$P = 4$

$\Rightarrow P^4 = 4^4 = 256$

$\therefore \sum$ cifras $= 2 + 5 + 6 = 13$

Clave E

20 Evaluando el cuadro de magnitudes:

$\frac{F}{G} = \text{constante}$

- $\frac{3}{4} = \frac{x + y}{8}$; Dato: $x = 2y$

  $6 = x + y$

  $6 = 2y + y$

  $y = 2$

  $\Rightarrow x = 4$

- $\frac{3}{4} = \frac{9(x - y)}{4z}$

  $z = 3(4 - 2)$

  $z = 6$

$\therefore x + y + z = 4 + 2 + 6 = 12$

Clave A

21 Del enunciado planteamos:

$\frac{C}{A} \,.\, T = \text{constante}$

C: precio del café

A: precio del azúcar

T: precio del té

Resolviendo:

$\frac{C}{A} \,.\, T = \frac{C'(T + 20\%\, T)}{(A - 10\%\, A)}$

$\frac{C}{A} \,.\, T = \frac{C' \,.\, 120\,\%\, T}{90\%\, A}$

$C' = \frac{3}{4}C$

$\%C = \frac{(C - C')}{C} \,.\, 100\%$

$\%C = \frac{\left(C - \frac{3}{4}C\right)}{C} \,.\, 100\%$

$\therefore \%C = 25\%$ (disminuye)

Clave E

22 Del enunciado planteamos:

$\frac{P^2 + Q^2}{P^2 - Q^2} = \frac{13}{5}$

$5(P^2 + Q^2) = 13(P^2 - Q^2)$

$5P^2 + 5Q^2 = 13P^2 - 13Q^2$

$18Q^2 = 8P^2$

$\frac{18}{8} = \frac{P^2}{Q^2}$

$\frac{9}{4} = \frac{P^2}{Q^2}$

$\Rightarrow \frac{P}{Q} = \frac{3}{2}$ ...(1)

Nos piden k, donde:

$\frac{P}{Q} = k$

$\Rightarrow$ De (1) obtenemos el valor de k:

$\therefore k = \frac{3}{2}$

Clave A

23 Del gráfico (línea recta), planteamos (DP):

$\frac{12}{8} = \frac{a}{10}$

$a = 15$

Del tramo no lineal de la gráfica (IP), planteamos:

$a \,.\, 10 = x \,.\, 15$

$15 \,.\, 10 = x \,.\, 15$

$x = 10$

$\therefore x + a = 10 + 15 = 25$

Clave A

24 Del tramo no lineal de la gráfica (IP), planteamos:

$f(m) = \frac{30}{m}$

$10 = \frac{30}{m}$

$m = 3$

Del tramo lineal de la gráfica (DP) planteamos:

$\frac{m}{n} = \frac{6}{5}$

$\frac{3}{n} = \frac{6}{5}$

$n = 2{,}5$

$\therefore m + n = 3 + 2{,}5 = 5{,}5$

Clave A

Orden de información

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 133)

1 Representando la información del problema:

Existen 2 posibilidades:

Caso 1	Caso 2
Gamma	Gamma
Omega	Omega
Beta	Beta
Delta	Teta
Alfa	Alfa
Teta	Delta

Luego:
I. Verdadero
II. Falso
III. Verdadero ∴ Son siempre ciertas I y III.

Clave B

2 Con los datos del enunciado llenamos el cuadro de doble entrada:

	Gato	Canario	Perro
Fernando	✗	✗	✓
Julio	✗	✓	✗
Luis	✓	✗	✗

∴ Julio tiene un canario y el dueño del perro es Fernando.

Clave D

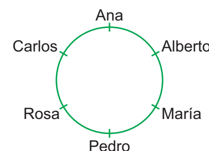
3 Con los datos del enunciado llenamos el cuadro de doble entrada:

	Anaranjado	Azul	Violeta
Joel	✗	✗	✓
Pepe	✗	✓	✗
Rolando	✓	✗	✗

∴ Es de color azul.

Clave C

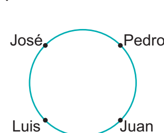
4 Representando la información del problema:



∴ Al costado de Carlos están Ana y Rosa.

Clave B

5 Representando la información del problema:



Luego:
A) Falso
B) Falso
C) Falso
D) Falso
E) Verdadero

∴ Juan se sienta junto y a la izquierda de Pedro.

Clave E

6 Con los datos del enunciado llenamos el cuadro de doble entrada.

	San Marcos	UNI	Villarreal	Ing. Ind.	Ing. Mecánica	Economía
Daniel	✗	✓	✗	✓	✗	✗
Julio	✗	✗	✓	✗	✓	✗
Ricardo	✓	✗	✗	✗	✗	✓

∴ Ricardo estudia Economía en San Marcos.

Clave A

7 Con los datos del enunciado llenamos el cuadro de doble entrada.

	Arqueóloga	Abogada	Odontóloga	Profesora
Andrea	✗	✗	✗	✓
Carmen	✓	✗	✗	✗
Karola	✗	✗	✓	✗
Sabrina	✗	✓	✗	✗

∴ Sabrina y Andrea.

Clave E

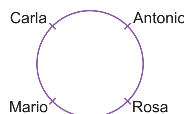
8 Con los datos del enunciado llenamos el cuadro de doble entrada.

	Cajamarca	Loreto	Apurímac	Geografía	Arte	Ing.
Primero	✗	✗	✓	✓	✗	✗
Segundo	✗	✓	✗	✗	✓	✗
Tercero	✓	✗	✗	✗	✗	✓

∴ Estudia Ingeniería y vive en Cajamarca.

Clave D

9



∴ Mario se sienta junto y a la derecha de Carla.

Clave E

10 Con los datos del enunciado llenamos el cuadro de doble entrada.

	La Molina	Lince	Breña	Bicicleta	Moto	Ómnibus
Alberto	✗	✗	✓	✓	✗	✗
Bruno	✓	✗	✗	✗	✗	✓
Carlos	✗	✓	✗	✗	✓	✗

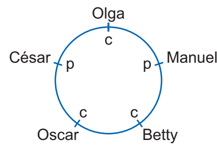
∴ Se moviliza en bicicleta.

Clave B



11

c: Concordia
p: Pepsi



Clave B

12 Con los datos del enunciado llenamos el cuadro de doble entrada.

	Ing. Sist.	Contab.	Historia	Filosofía	UNSA	San Pablo	Alas Per.	UCSM
Ramiro	×	×	×	✓	×	×	×	✓
Robert	×	✓	×	×	×	✓	×	×
Rigoberto	×	×	✓	×	✓	×	×	×
Renato	✓	×	×	×	×	×	✓	×

∴ Ramiro estudia Filosofía y Renato estudia Ing. Sistemas.

Clave D

13 Con los datos del enunciado llenamos el cuadro de doble entrada.

	Venezuela	Argentina	Chile
Alberto	×	✓	×
Miguel	✓	×	×
Julio	×	×	✓
Esposa de Julio	×	✓	×
Esposa de Miguel	×	×	✓
Esposa de Alberto	✓	×	×

∴ Miguel es venezolano y la esposa de Julio es Argentina.

Clave C

14 Con los datos del enunciado llenamos el cuadro de doble entrada.

	Sapo	Ajedrez	Dominó	Ludo	Pato	Gallo	Perro	Gato	Tenis	Básquet	Fútbol	Vóley
Pedro	✓	×	×	×	✓	×	×	×	✓	×	×	×
Luis	×	✓	×	×	×	✓	×	×	×	×	✓	×
Álex	×	×	✓	×	×	×	✓	×	×	✓	×	×
Jaime	×	×	×	✓	×	×	×	✓	×	×	×	✓

∴ El dueño del gallo es Luis.

Clave D

REFUERZA PRACTICANDO

NIVEL 1 (página 136)

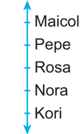
1 Con los datos del enunciado planteamos:



∴ Eduardo es el menor.

Clave C

2 Con los datos del enunciado planteamos:



∴ Maicol es el más alto.

Clave C

3 Con los datos del enunciado planteamos:



∴ Betty y Carmen viven en el centro.

Clave A

4 Con los datos del enunciado planteamos:



∴ Elsa es la mayor de todos.

Clave C

5 Con los datos del enunciado planteamos:



∴ Malulo ganó la carrera.

Clave D

6 Con los datos del enunciado planteamos:

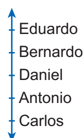
4.°	Sr. Vásquez
3.°	Sr. Pérez
2.°	Sr. Navarro
1.°	Sr. Flores

∴ El Sr. Flores trabaja en el primer piso.

Clave B



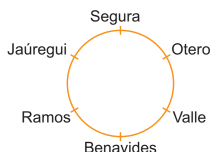
7 Con los datos del enunciado planteamos:



∴ Carlos es el que menos dinero tiene.

Clave B

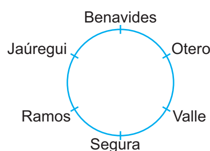
8 Con los datos del enunciado planteamos:



∴ Todas las alternativas son verdaderas.

Clave E

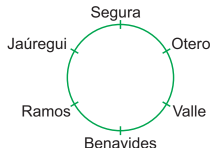
9 Con los datos del enunciado planteamos:



∴ Las alternativas II y III son verdaderas.

Clave B

10 Con los datos del enunciado planteamos.



∴ El Sr. Jáuregui no se sienta junto al Sr. Valle.

Clave A

NIVEL 2 (página 137)

11 Con los datos del enunciado planteamos:

	San Isidro	Miraflores	Barranco	Extranj.	Doctor	Chef	Arquit.	Odont.
Gabriel	✗	✗	✓	✗	✓	✗	✗	✗
Pablo	✓	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✓
Ricardo	✗	✗	✗	✓	✗	✓	✗	✗
Fabián	✗	✓	✗	✗	✗	✗	✓	✗

∴ Ricardo es chef y vive en el extranjero.

Clave C

12 Con los datos del enunciado planteamos:

	Cecilia	Paty	Nuria	Silvia
Sábado	rock	salsa	merengue	cumbia
Domingo	salsa	cumbia	rock	merengue

∴ Silvia baila cumbia el sábado.

Clave C

13 Con los datos del enunciado planteamos:

	Cecilia	Paty	Nuria	Silvia
Sábado	rock	salsa	merengue	cumbia
Domingo	salsa	cumbia	rock	merengue

∴ Nuria baila rock el domingo.

Clave A

14 Con los datos del enunciado planteamos:

	Cecilia	Paty	Nuria	Silvia
Sábado	rock	salsa	merengue	cumbia
Domingo	salsa	cumbia	rock	merengue

∴ Cecilia baila salsa el domingo.

Clave A

15 Con los datos del enunciado planteamos:

	Cecilia	Paty	Nuria	Silvia
Sábado	rock	salsa	merengue	cumbia
Domingo	salsa	cumbia	rock	merengue

∴ Paty baila salsa el sábado.

Clave B

16 Con los datos del enunciado planteamos:

	Arquero	Def. izq.	Def. der.	Central	Del. izq.	Del. der.
Fausto	✗	✗	✗			✗
Rubén	✗	✗	✗		✗	
Jorge	✗	✗	✓	✗	✗	✗
Manuel	✗		✗	✗	✗	
Paco	✗		✗	✗		✗
Renato	✓	✗	✗	✗	✗	✗

∴ Renato está jugando de arquero.

Clave C



17 Con los datos del enunciado llenamos el cuadro de doble entrada:

	Arquero	Def. izq.	Def. der.	Central	Del. izq.	Del. der.
Fausto	✗	✗	✗	✗	✓	✗
Rubén	✗	✗	✗	✓	✗	✗
Jorge	✗	✗	✓	✗	✗	✗
Manuel	✗	✗	✗	✗	✗	✓
Paco	✗	✓	✗	✗	✗	✗
Renato	✓	✗	✗	✗	✗	✗

∴ Las alternativas verdaderas son: I y II

Clave E

18 Con los datos del enunciado planteamos:

	Arquero	Def. izq.	Def. der.	Central	Del. izq.	Del. der.
Fausto		✗	✗		✗	✗
Rubén	✗	✗	✗	✗	✗	✓
Jorge	✗	✗			✗	✗
Manuel	✗	✓	✗	✗	✗	✗
Paco	✗	✗	✗	✗	✓	✗
Renato		✗		✗	✗	✗

∴ La alternativa II es incorrecta.

Clave D

19 Con los datos del enunciado planteamos:

	Arquero	Def. izq.	Def. der.	Central	Del. izq.	Del. der.
Fausto	✓	✗	✗	✗	✗	✗
Rubén	✗	✗	✗	✓	✗	✗
Jorge	✗	✗	✓	✗	✗	✗
Manuel	✗	✗	✗	✗	✗	✓
Paco	✗	✓	✗	✗	✗	✗
Renato	✗	✗	✗	✗	✓	✗

∴ Las alternativas correctas son II y III.

Clave D

NIVEL 3 (página 139)

20 Con los datos del enunciado planteamos:

	Arquit.	Psicólogo	Médico	Agrónomo	Huaraz	Cusco	Iquitos	Chiclayo
Raúl	✓	✗	✗	✗	✗	✗	✓	✗
Martín	✗	✗	✗	✓	✓	✗	✗	✗
Liliana	✗	✓	✗	✗	✗	✓	✗	✗
Bessy	✗	✗	✓	✗	✗	✗	✗	✓

∴ Bessy visitó Chiclayo y Liliana es psicóloga.

Clave D

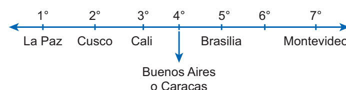
21 Con los datos del enunciado planteamos:



∴ La alternativa B es la correcta.

Clave B

22 Con los datos del enunciado planteamos:



∴ Se puede inaugurar Buenos Aires o Caracas.

Clave D

23 Con los datos del enunciado planteamos:



∴ La Paz se inauguró en sexto lugar.

Clave A

24 Con los datos del enunciado planteamos:

	Breña	Lince	Magdal.	Anf.	Consultora	Pedicur.	16	24	30
Ángela	✓	✗	✗	✓	✗	✗	✗	✓	✗
Zulema	✗	✗	✓	✗	✓	✗	✗	✗	✓
Laura	✗	✓	✗	✗	✗	✓	✓	✗	✗

∴ Laura es la menor.

Clave A



25 Utilizando el cuadro del problema 24.
∴ Ángela vive en Breña.

Clave A

26 Utilizando el cuadro del problema 24.
∴ Laura es pedicurista.

Clave D

27 Utilizando el cuadro del problema 24.
∴ Laura tiene 16 años.

Clave A

28 Con los datos del enunciado planteamos:

	Educ.	Der.	Sociología	Química	PUCP	UNMSM	UNFV	UNAC
César	✗	✗	✗	✓	✗	✗	✓	✗
Félix	✗	✓	✗	✗	✗	✓	✗	✗
Javier	✗	✗	✓	✗	✓	✗	✗	✗
Roberto	✓	✗	✗	✗	✗	✗	✗	✓

∴ Félix estudia Derecho en la UNMSM.

Clave A

29 Con los datos del enunciado planteamos:

	Deportes			Literatura			Licores			Colección		
	Fútb.	Básq.	Tenis	Novela	Poesía	Drama	Vino	Pisco	Cerv.	mon.	cerám.	lib.
Ángel	✗	✗	✓	✗	✓	✗	✗	✓	✗	✓	✗	✗
Miguel	✗	✓	✗	✗	✗	✓	✓	✗	✗	✗	✓	✗
César	✓	✗	✗	✓	✗	✗	✗	✗	✓	✗	✗	✓

∴ La alternativa correcta es la D.

Clave D

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 149)

1 12; 0; 0; 11; 33; 69; 127; 222

−12 +0 +11 +22 +36 +58 +95

+12 +11 +11 +14 +22 +37

−1 +0 +3 +8 +15

+1 +3 +5 +7

∴ x = 127 + 95 = 222

Clave B

2 Reemplazamos las letras por el lugar que ocupa en el abecedario.

B; J; M; L; H; (B)

2; 10; 13; 12; 8 2

+8 +3 −1 −4 −6

−5 −4 −3 −2

∴ La letra que sigue es B.

Clave D

3 Hallamos primero la razón de la sucesión aritmética:

r = (y + 7) – (y)

r = 7

Además: (2x – 4) – (x) = 7

x = 11

El término enésimo será: $t_n = t_1 + (n - 1) . r$

$t_n = 11 + (n - 1) . 7$

$t_n = 7n + 4$

$\Rightarrow t_{20} = 7 . 20 + 4 \quad \therefore t_{20} = 144$

Clave E

4 Observamos 2 detalles: el giro de la figura es antihorario además la parte sombreada se va alternando.

∴ 

Clave C

5 0; 3; 8; 15; 24; 35

+3 +5 +7 +9 +11

+2 +2 +2 +2

$\Rightarrow t_n = an^2 + bn + c$

Donde: $a = \frac{2}{2} = 1 \qquad b = 3 - \frac{2}{2} = 2 \qquad c = 0$

$\therefore t_n = n^2 + 2n$

Clave B

6 Por dato: $t_2 = 18$; $t_5 = \frac{16}{3}$

Entonces:

$t_1 . q = 18$

$t_1 . q^4 = \frac{16}{3}$

Dividiendo:

$$\frac{q^4}{q} = \frac{\left(\frac{16}{3}\right)}{18}$$

$$\Rightarrow q^3 = \frac{16}{3 \times 18} = \frac{8}{27} \Rightarrow q = \frac{2}{3}$$

Pero: $t_1 . q = 18 \Rightarrow t_1 = \frac{18}{q} = \frac{18}{\left(\frac{2}{3}\right)} = 27$

Luego: $t_4 = t_1 . q^3 = 27 . \left(\frac{2}{3}\right)^3 = 8$

Clave B

7 Sea la sucesión:

+4 +4 +4 +4

$\frac{3}{4}; \frac{7}{7}; \frac{11}{10}; \frac{15}{13}; \frac{19}{16}$

+3 +3 +3 +3

Hallamos primero el término enésimo:

$t_n = \frac{a_n}{b_n}$ a_n: término enésimo del numerador

b_n: término enésimo del denominador

$a_n = a_1 + (n - 1)r$, observamos: $a_1 = 3$; $r = 4$

$a_n = 4n - 1$

$b_n = b_1 + (n - 1)r$, observamos: $b_1 = 4$; $r = 3$

$b_n = 3n + 1$

$$\Rightarrow t_n = \frac{4n - 1}{3n + 1}$$

Piden: $t_{10} = \frac{4.10 - 1}{3.10 + 1} \quad \therefore t_{10} = \frac{39}{31}$

Clave A

8 Sea la sucesión: 2; 3; 4; 5; 126; x

Observamos que es una sucesión recurrente, cuyo término enésimo es:

$t_n = (n + 1) + k(n - 1)(n - 2)(n - 3)(n - 4)$

Dato: $t_5 = 126$

$\Rightarrow 126 = (5 + 1) + k(5 - 1)(5 - 2)(5 - 3)(5 - 4)$

k = 5



$\Rightarrow t_n = (n+1) + 5(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)$

$\Rightarrow t_6 = (6+1) + 5(5)(4)(3)(2) \quad \therefore t_6 = 607$

Clave B

9 Sean los números en PA: $a - r ; a ; a + r$

Por dato: $(a-r) + a + (a+r) = 12$

$3a = 12$

$\Rightarrow a = 4$

Además: $(a-r)^2 + (a)^2 + (a+r)^2 = 66$

$(4-r)^2 + 4^2 + (4+r)^2 = 66$

$2(16 + r^2) + 16 = 66$

$16 + r^2 = 25$

$r^2 = 9$

$\Rightarrow r = 3$

Piden: $(a + r) = 4 + 3 = 7$

Clave A

10 Se trata de una progresión aritmética, entonces:

$t_1 = 4 ; \ r = 2 ; \ S_n = 990$

Sabemos: $S_n = \left(\dfrac{2t_1 + (n-1)r}{2}\right)n$

$990 = \left(\dfrac{2(4) + (n-1)2}{2}\right)n$

$1980 = (6 + 2n)n \ \Rightarrow n = 30$

Por lo tanto, la profundidad del pozo es 30 m.

Clave E

11 Piden: t_{400}

Por dato: $S_n = \dfrac{n(3n+13)}{2}$

Entonces: $t_{400} = S_{400} - S_{399}$

$t_{400} = \dfrac{400(1213)}{2} - \dfrac{399(1210)}{2}$

$t_{400} = 1205$

Clave C

12 Sabemos: $[2t_1 + (n-1)r]\dfrac{n}{2} = S_n$

Por dato: $n = 20 ; r > 1$

$\Rightarrow (2t_1 + 19r)\dfrac{20}{2} = 650$

$2t_1 + 19r = 65$

t_1 ↓	r ↓
13,5	2
4	3
−5,5	4

El valor de la razón que cumple las condiciones del enunciado es 3.

Clave A

13 Por dato: $n = r; S_n = 156 ; t_n - t_1 = 30$

Sabemos: $t_n = t_1 + (n-1)r$

$t_n - t_1 = (n-1)n$

$30 = (n-1)n \Rightarrow n = 6$

Entonces: $S_n = \left(\dfrac{t_1 + t_n}{2}\right)n$

$156 = \left(\dfrac{t_1 + 30 + t_1}{2}\right)6$

$26 = \dfrac{2t_1 + 30}{2}$

$26 = t_1 + 15 \quad \therefore t_1 = 11$

Clave E

14 Se pide: $S = (3 \cdot a) + \left(3 \cdot \dfrac{a}{2}\right) + \left(3 \cdot \dfrac{a}{4}\right) + \ldots$

$S = 3a\left(1 + \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{4} + \ldots\right)$

$S = 3a\left(\dfrac{1}{1 - \dfrac{1}{2}}\right) \qquad \therefore S = 6a$

Clave C

REFUERZA PRACTICANDO

NIVEL 1 (página 151)

1 120; 120; 60; 20; 5; 1

÷ 1 ÷ 2 ÷ 3 ÷ 4 ÷ 5

Clave B

2

+8 +8 +8

7; 8; 14; 16; 20; 24; 25; x; 29

$\therefore x = 24 + 8 = 32$

Clave E

3 Sean las edades de los hermanos: $24 ; 24q ; 24q^2$

Por dato:

$24 \cdot 24q \cdot 24q^2 = 110\,592$

$q^3 = 8 \ \Rightarrow q = 2$

Por lo tanto, la edad del mayor es:

$24q^2 = 24(2)^2 = 96$ años

Clave C



4

×2 ×2

1; 3; 3; 6; 12; 12; x

×3 ×4 ×5

∴ x = 12 × 5 = 60

Clave C

5

O; L; P; M; Q; N; R; Ñ

Clave B

6 2; 4; 10; 22; 42; 72

+2 +6 +12 +20 +30

+4 +6 +8 +10

+2 +2 +2

Clave E

7 La figura se comporta como las manecillas de un reloj en forma antihoraria.

∴ La figura que sigue es:



Clave C

8 4; 8; 11; 44; 49; x

×2 +3 ×4 +5 ×6

∴ x = 49 × 6 = 294

Clave E

9

+13 +13 +13

5; 12; 18; 26; 31; 40; x; y

+7 +6 +8 +5 +9 +4 +10

+1 +1 +1

x + 10 = y

x = 31 + 13 = 44

⇒ 44 + 10 = y ∴ y = 54

Clave A

10 1.° 2.° 3.° 4.° 5.° 6.°

1; 4; 9; 16; 73; x

↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓

1^2 2^2 3^2 4^2

$\Rightarrow t_n = (n-1)(n-2)(n-3)(n-4)k + n^2$

$t_5 = (5-1)(5-2)(5-3)(5-4)k + 5^2$

$73 = 4 . 3 . 2 . 1 . k + 25$

$73 = 24k + 25$

$k = 2$

$t_n = (n-1)(n-2)(n-3)(n-4) . 2 + n^2$

↓

$x = (6-1)(6-2)(6-3)(6-4) . 2 + 6^2$

∴ x = 276

Clave C

NIVEL 2 (página 152)

11 $\frac{1}{3}; \; -\frac{1}{3}; \; -3; \; -\frac{41}{3}; ....$

$-\frac{2}{3} \quad -\frac{8}{3} \quad -\frac{32}{3} \quad -\frac{128}{3}$

×4 ×4 ×4

$\therefore n = -\frac{41}{3} - \frac{128}{3} = -\frac{169}{3}$

Clave A

12

+1 +2 +3

I. 2; 3; 2; 4; 4; 6; 12; 9; 48

×1 ×2 ×3 ×4

II. 2; 4; 10; 22; 42

+2 +6 +12 +20

+4 +6 +8

Clave A

13 Cada 2 números hay 2 números de la forma: n; 2n.

$\Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{2n}{n} = 2 \qquad \therefore \frac{y}{x} = 2$

Clave B

14 C D E ; D G I ; E J M ; F M P ; G O T

↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓

0 0 2 1 4 2 6 3 8 4

Clave D



15 5; 9; 13; ...

+4 +4

n: número de partidos jugados

$\Rightarrow t_n = t_1 + (n-1)r = 101$

$5 + (n-1)(4) = 101$

$(n-1)(4) = 96$

$n - 1 = 24 \qquad \therefore n = 25$

Clave B

16 $9(9+r)(9+2r) = 1287$

$(9+r)(9+2r) = 143$

$(9+r)(9+2r) = 11 \times 13$

$\Rightarrow r = 2$

Luego, los números son: 9 ; 11 y 13

Piden:

$9 + 11 + 13 = 33$

Clave C

17 La sucesión es:

+6 +10 +14 +18

$\frac{3}{2}\ ;\ \frac{9}{10}\ ;\ \frac{19}{24}\ ;\ \frac{33}{44}\ ;\ \frac{51}{70}\ ...$

+8 +14 +20 +26

Entonces el término general es: $t_n = \dfrac{2n^2+1}{3n^2-n}$

Piden t_{18}: $t_{18} = \dfrac{2(18^2)+1}{3(18^2)-18} = \dfrac{649}{954}$

Clave C

18 Por dato: $t_{18} = 3\ ;\ t_{52} = 173$

Entonces:

$t_{18} = t_1 + 17r = 3$

$t_{52} = t_1 + 51r = 173$ $\Rightarrow \begin{cases} t_1 = -82 \\ r = 5 \end{cases}$

Piden: t_{32}

$t_{32} = t_1 + 31r$

$t_{32} = -82 + 31(5) \qquad \therefore t_{32} = 73$

Clave C

19 De la sucesión: $r = 7;\ t_1 = -2432$

$\Rightarrow t_n = -2432 + (n-1)(7)$

$t_n = 7n - 2439$

Por condición del problema: $7n - 2439 > 0$

$n > \dfrac{2439}{7}$

$n > 348{,}42\ ...$

El tercer término positivo se da cuando: $n = 351$

$\Rightarrow t_{351} = 7(351) - 2439 \qquad \therefore t_{351} = 18$

Clave E

20 Deducimos que el término general de la sucesión es: $t_n = 2n^2 + 1$

Luego: $100 \leq 2n^2 + 1 \leq 999$

$99 \leq 2n^2 \leq 998$

$49{,}5 \leq n^2 \leq 499$

$7{,}03... \leq n \leq 22{,}3...$

$\Rightarrow n = \{8\ ;\ 9\ ;\ 10\ ;\ ...\ ;\ 22\}$

Entonces: n.° de términos = 22 – 7 = 15.

Clave D

NIVEL 3 (página 153)

21 Por dato: $a_3 = 8;\ a_8 = 3$

Entonces:

$a_3 = a_1 + 2r = 8$

$a_8 = a_1 + 7r = 3$ $\Rightarrow \begin{cases} r = -1 \\ a_1 = 10 \end{cases}$

Calculamos: a_{10}

$a_{10} = a_1 + 9r$

$a_{10} = 10 + 9(-1)$

$a_{10} = 1$

Piden:

$(a_{10})^2 + a_{10} + 3 = (1)^2 + 1 + 3$

$\therefore\ (a_{10})^2 + a_{10} + 3 = 5$

Clave D

22 Primero: $x^2 = (x+4)(x-2)$

$x^2 = x^2 + 2x - 8 \Rightarrow x = 4$

Luego:

$(3y)^2 = (y+1)(9y-6)$

$9y^2 = 9y^2 + 3y - 6 \Rightarrow y = 2$

Finalmente:

$x^2 = yz \Rightarrow 4^2 = (2)(z)$

$\therefore z = 8$

Clave D

23 Sean los términos de la P.G.:

$t_1\ ;\ t_1q\ ;\ t_1q^2\ ;\ t_1q^3\ ;\ t_1q^4\ ;\ t_1q^5\ ;\ t_1q^6$

Por dato: $t_1 + t_1q + t_1q^2 = 26$

$t_1(1 + q + q^2) = 26 \qquad ...(1)$

Además: $t_1q^4 + t_1q^5 + t_1q^6 = 2106$

$t_1q^4\ (1 + q + q^2) = 2106 \qquad ...(2)$

Dividiendo (2) entre (1): $q^4 = \dfrac{2106}{26}$

$q^4 = 81 \Rightarrow q = 3$

Clave B

24 De S_1: $t_n = -81 + (n-1)4$

$t_n = -81 + 4n - 4$

$\Rightarrow t_n = 4n - 85$

De S_2: $p_m = 2 + (m-1)(3)$

$p_m = 2 + 3m - 3$

$\Rightarrow p_m = 3m - 1$



Luego:

$4n - 85 = 3m - 1$

$4n - 3m = 84$

$\downarrow \quad \downarrow$

24 $\quad 4 = 4 \times 1$

27 $\quad 8 = 4 \times 2$

$\vdots \quad \vdots$

39 $\quad 24 = 4 \times 6$

Por lo tanto, el sexto término común para las progresiones S_1 y S_2, respectivamente son:

$t_{39} = p_{24} = 71$

Clave D

25 Los términos son de la forma: 18A

Además: $13 \leq A \leq 1700$

Pero:	Entonces:
$18A = 2 \times 3^2 \times A$	$13 \leq 2^2 \times 3 \times k^3 \leq 1700$
$A = 2^2 \times 3 \times k^3$	$1{,}08\widehat{3} \leq k^3 \leq 141{,}\widehat{6}$
(cubo perfecto)	$k \in \{2 ; 3 ; 4 ; 5\}$

Por lo tanto, son 4 valores.

Clave B

26 La ley de formación es:

$t_n = \dfrac{n}{2n+2}$

Si n es impar, tendremos:

$n \to (2n - 1)$

$\Rightarrow t_n = \dfrac{(2n-1)}{2(2n-1)+2} = \dfrac{2n-1}{4n-2+2}$

$\therefore\ t_n = \dfrac{2n-1}{4n}$

Clave A

27 0,125; 0,5; 2; 8; ...

$\times 4 \quad \times 4 \quad \times 4$

Luego:	Comparando:
$t_n = \frac{1}{8}(4^{n-1})$	$a = 2;\ b = 2;\ c = 5$
$t_n = 2^{-3}(2^{2n-2})$	Piden: $a + b + c = 2 + 2 + 5$
$\Rightarrow t_n = 2^{2n-5} = a^{nb-c}$	$\therefore a + b + c = 9$

Clave E

28 $\sqrt{\overline{ANA}}$; $\overline{A(N+1)}$; $\overline{A(N+3)}$; $\overline{A(N+5)}$

La razón es: $\overline{A(N+3)} - \overline{A(N+1)} = r$

$\Rightarrow 2 = r$

Además: $N + 5 \leq 9 \Rightarrow N \leq 4$

$N = \{0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4\}$

$\overline{ANA}$ debe ser cuadrado perfecto

$\overline{ANA} = \{121 ; 484 ; 676\}$

Como: $N \leq 4 \Rightarrow \overline{ANA} = 121 \quad \Rightarrow A = 1 ; N = 2$

Por lo tanto, la sucesión es:

11; 13; 15; 17; x

$+2 \quad +2 \quad +2 \quad +2$

$\therefore x = 17 + 2 = 19$

Clave E

29 De S_1: $t_n = 7 + (n - 1)5$

$\Rightarrow t_n = 5n + 2 ; 1 \leq n \leq 59 \quad$ ...(I)

De S_2: $t_m = 4 + (m - 1)7$

$t_m = 7m - 3 ; m \geq 1$

Luego:

$5n + 2 = 7m - 3 \Rightarrow 7m - 5n = 5$

$\downarrow$

Debe ser $\overset{o}{5}$

Pero: $7m - 5 = 5n \Rightarrow \dfrac{7m-5}{5} = n$

Reemplazamos en (I):

$1 \leq \dfrac{7m-5}{5} \leq 59$

$5 \leq 7m - 5 \leq 295$

$10 \leq 7m \leq 300$

$1{,}42... \leq m \leq 42{,}8...$

$m = \{5 ; 10 ; 15 ; ... ; 40\}$

8 términos

Clave B

30 Los términos de lugar impar son:

5 ; 23 ; 57 ; 107 ; ...

Los términos de lugar par son:

12 ; 38 ; 80 ; 138 ; ...

Con las 2 sucesiones anteriores tenemos:

2; 5; 12; 23; 38; 57; 80; ...

$+3 \quad +7 \quad +11 \quad +15 \quad +19$

$+4 \quad +4 \quad +4 \quad +4$

$\Rightarrow t_n = an^2 + bn + c$

$a = \dfrac{4}{2} = 2;\ b = 3 - \dfrac{4}{2} = 1;\ c = 2$

$\therefore t_n = 2n^2 + n + 2$

Clave C

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 163)

1 $R = 0{,}1 + 0{,}2 + ... + 0{,}9 + 0{,}1 + 0{,}11 + ... + 0{,}8$

Sea: $A = 0{,}1 + 0{,}2 + ... + 0{,}9$

$$A = \frac{1}{10} + \frac{2}{10} + ... + \frac{9}{10}$$

$$A = \frac{1}{10}(1 + 2 + 3 + ... + 9) = \frac{1}{10}\left(\frac{9.10}{2}\right)$$

$$A = 4{,}5$$

Luego: $B = 0{,}1 + 0{,}11 + ... + 0{,}8$

$$B = \frac{10}{100} + \frac{11}{100} + ... + \frac{80}{100}$$

$$B = \frac{1}{100}(10 + 11 + ... + 80)$$

$$B = \frac{1}{100}\left[\frac{80(81)}{2} - \frac{9(10)}{2}\right] \Rightarrow B = 31{,}95$$

Entonces: $R = A + B$

$R = (4{,}5) + (31{,}95)$

$R = 36{,}45$

Clave C

2 $\sum_{a=8}^{22}(3a-1) = 3\sum_{a=8}^{22}a - \sum_{a=8}^{22}(1)$

$= 3(8 + 9 + ... + 22) - (1)(22 - 8 + 1)$

$$\sum_{a=8}^{22}(3a-1) = 3\left[\frac{22(23)}{2} - \frac{7(8)}{2}\right] - 15$$

$$\sum_{a=8}^{22}(3a-1) = 3(225) - 15 = 660$$

$$\therefore \sum_{a=8}^{22}(3a-1) = 660$$

Clave D

3 $1 + 2 + 3 + ... + n = \overline{aaa}$

$$\frac{n(n+1)}{2} = 111a$$

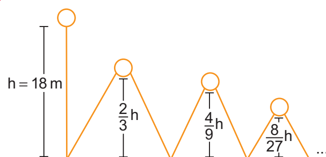
$$n(n+1) = 37 \, . \, \underbrace{6a}_{36}$$

$\Rightarrow a = 6;\ n = 36$

$\therefore \sqrt{6 + 36 + 7} = 7$

Clave C

4



Según el gráfico observamos que la distancia recorrida será:

$$H = h + 2\left(\frac{2}{3}h + \frac{4}{9}h + \frac{8}{27}h + ...\right)$$

La expresión entre paréntesis es una serie geométrica infinita de razón + 2/3.

$$H = h + 2h\left(\frac{\frac{2}{3}}{1 - \frac{2}{3}}\right) = h + 4h = 5h$$

$\therefore H = 5 \, . \, 18 = 90$ m

Clave D

5 $\sum_{k=1}^{10}\left(3k^2 - \frac{k^3}{5}\right) = 3\sum_{k=1}^{10}k^2 - \frac{1}{5}\sum_{k=1}^{10}k^3$

$= 3(1^2 + 2^2 + ... + 10^2) - \left(\frac{1}{5}\right)(1^3 + 2^3 + ... + 10^3)$

$$= 3\left[\frac{10(11)(21)}{6}\right] - \frac{1}{5}\left[\frac{10(11)}{2}\right]^2 = 1155 - 605 = 550$$

$$\therefore \sum_{k=1}^{10}\left(3k^2 - \frac{k^3}{5}\right) = 550$$

Clave B

6 Calculando de adentro hacia afuera:

$$\sum_{i=1}^{x} a = x(a)$$

$$\sum_{i=1}^{y} xa = y(xa)$$

$$\sum_{i=1}^{z} yxa = z(yxa) = axyz$$

Clave A

7 Sea: $t_k = 3k + 2;\ k = 1;\ 2;\ ...;\ n$

Piden: $S = 5 + 8 + 11 + ... + 3n + 2$

$$\Rightarrow S = \sum_{k=1}^{n}(3k+2) = 3\sum_{1}^{n}k + \sum_{1}^{n}2 = \frac{3.n(n+1)}{2} + 2n$$

$$\therefore S = \frac{n(3n+7)}{2}$$

Clave A

8 Sea: $S = \overbrace{1 + 3 + 2}^{6} + \overbrace{2 + 6 + 4}^{12} + \overbrace{3 + 9 + 6}^{18} + ...$

(grupos: 1.°, 2.°, 3.°, ..., 33.°: 33 + ..., 34.°: 34 + ...)



Agrupamos convenientemente los 99 términos, de 3 en 3:

$S' = 6 + 12 + 18 + ...$ (33 términos)

$t_n = 6n$

$$\Rightarrow S' = \sum_{n=1}^{33} 6n = 6\sum_{1}^{33} n = \frac{6.33.34}{2} = 3366$$

Finalmente le sumamos el término 100° $\rightarrow$ 34

$\therefore S = S' + 34 = 3366 + 34 = 3400$ **Clave E**

9 Analizamos la serie dada:

$S = -1 + 0 + 0 + 0 + 1 + 4 + ...$ (20 sumandos)

1 0 0 1 3

−1 0 1 2

1 1 1

Aplicamos la fórmula de serie aritmética de orden superior:

$S = -1 \,.\, C_1^{20} + 1.C_2^{20} - 1.C_3^{20} + 1.C_4^{20}$

$$S = -1.\left(\frac{20!}{19!1!}\right) + 1.\left(\frac{20!}{18!2!}\right) - 1\left(\frac{20!}{17!3!}\right) + 1\left(\frac{20!}{16!4!}\right)$$

$$S = -1.20 + 1\left(\frac{20.19}{2}\right) - 1\left(\frac{20.19.18}{3.2}\right) + 1\left(\frac{20.19.18.17}{4.3.2}\right)$$

$\therefore S = 3875$

Clave E

10 $L = \frac{1}{3.6} + \frac{1}{6.9} + \frac{1}{9.12} + ... + \frac{1}{30.33}$

$$3L = \frac{3}{3.6} + \frac{3}{6.9} + \frac{3}{9.12} + ... + \frac{3}{30.33}$$

$$3L = \frac{6-3}{3.6} + \frac{9-6}{6.9} + \frac{12-9}{9.12} + ... + \frac{33-30}{30.33}$$

$$3L = \frac{1}{3} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{12} + ... + \frac{1}{30} - \frac{1}{33}$$

$$3L = \frac{1}{3} - \frac{1}{33} = \frac{10}{33} \qquad \therefore L = \frac{10}{99}$$

Clave A

11 $P = 5 + \frac{3}{4} + \frac{3}{20} + \frac{3}{100} + \frac{3}{500} + ...$

$\times\frac{1}{5}$ $\times\frac{1}{5}$ $\times\frac{1}{5}$

$$\Rightarrow P = 5 + \frac{\left(\frac{3}{4}\right)}{1 - \left(\frac{1}{5}\right)} = 5 + \frac{15}{16}$$

$\therefore\ P = \frac{95}{16} = 5{,}9375$ **Clave C**

12 $S = 42 \times 1 + 41 \times 2 + 40 \times 3 + ... + 2 \times 41 + 1 \times 42$

$S = (43 - 1)1 + (43 - 2)2 + (43 - 3)3 + ... (43 - 41)41 + (43 - 42)42$

$S = 43(1 + 2 + 3 + ... + 42) - (1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + 42^2)$

$$S = 43\left[\frac{42(43)}{2}\right] - \frac{42(43)85}{6}$$

$S = 38\,829 - 25\,585$ $\quad \therefore S = 13\,244$ **Clave E**

13 Sean: D: diagonal de un cuadrado

L: lado de un cuadrado

Por dato:

$D_1 = 1 = L_1\sqrt{2}$

$D_2 = 2 = L_2\sqrt{2}$

$D_3 = 3 = L_3\sqrt{2}$

$\vdots \quad \vdots$

$D_{20} = 20 = L_{20}\sqrt{2}$

Sumando las expresiones se obtiene:

$$\frac{20(21)}{2} = \sqrt{2}(L_1 + L_2 + ... + L_{20})$$

$$\frac{20(21)}{2\sqrt{2}} = L_1 + L_2 + ... + L_{20}$$

$105\sqrt{2} = L_1 + L_2 + ... + L_{20}$

$$\text{Piden: } 4\left(\sum_{i=1}^{20} L_i\right) = 4\left(105\sqrt{2}\right) = 420\sqrt{2}\ \text{cm}$$

Clave C

14 Del arreglo podemos deducir:

$S = 1^2 + 2(2^2) + 3(3^2) + 4(4^2) + ... + 30(30^2)$

$S = 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + ... + 30^3$

$$S = \left[\frac{30(31)}{2}\right]^2 \qquad \therefore S = 216\,225$$ **Clave A**

REFUERZA PRACTICANDO

NIVEL 1 (página 165)

1 $A = 2 + 5 + 10 + 17 + ... + 2501$

$(1^2 + 1)\ (2^2 + 1)\ (3^2 + 1)\ (4^2 + 1)\ (50^2 + 1)$

$\Rightarrow t_n = n^2 + 1$

$$\text{Entonces: } A = \sum_{n=1}^{50}(n^2 + 1) = \sum_{n=1}^{50} n^2 + \sum_{n=1}^{50}(1)$$

$$\Rightarrow A = \frac{50(51)(101)}{6} + (1)50$$

$A = 42\,925 + 50$ $\quad \therefore A = 42\,975$

Clave E



2 $\sum_{i=1}^{4}\left(\frac{1}{i}\right)=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{25}{12}$ **Clave A**

3 $x = 7 + 10 + 13 + \ldots + 304$

$+3 \quad +3$

Entonces: $t_n = t_1 + (n-1)r$

$t_n = 7 + (n-1)3 \Rightarrow t_n = 3n + 4$

Luego: $304 = 3n + 4 \quad \Rightarrow n = 100$

Por serie aritmética: $x = \left(\frac{7+304}{2}\right)100$

$\therefore x = 15\,550$

Clave B

4 $\sum_{i=1}^{15} 3i = 3\left[\frac{15(16)}{2}\right] = 360$ **Clave A**

5 $\sum_{i=3}^{8} (i-5)^2 = (-2)^2 + (-1)^2 + 0^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2$

$\therefore \sum_{i=3}^{8}(i-5)^2 = 19$ **Clave C**

6 $\sum_{i=2}^{4}\left(\frac{1}{i^2-1}\right)=\frac{1}{3}+\frac{1}{8}+\frac{1}{15}=\frac{21}{40}$ **Clave D**

7 $E = \sum_{k=1}^{4}\left(\frac{1}{2k}\right)=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}=\frac{25}{24}$

Clave B

8 $\sum_{i=1}^{60} i = 1 + 2 + 3 + \ldots + 60 = \frac{60(61)}{2}$

$\therefore \sum_{i=1}^{60} i = 1830$ **Clave A**

9 6; 15; 24; 33; ...

$+9 \quad +9 \quad +9$

$\Rightarrow t_n = 6 + (n-1)9 = 9n - 3$

Para que termine en 5 debe ser $\overset{o}{5}$, entonces:

$9n - 3 = \overset{o}{5}$

$(\overset{o}{5} - 1)n - (\overset{o}{5} - 2) = \overset{o}{5} \Rightarrow n = \overset{o}{5} + 2$

Tabulando:

$n = 2 \;\Rightarrow\; t_2 = 15$

$n = 7 \;\Rightarrow\; t_7 = 60$

$n = 12 \Rightarrow t_{12} = 105$

$n = 17 \Rightarrow t_{17} = 150$

$n = 22 \Rightarrow t_{22} = 195$

Por lo tanto: $S = \underbrace{6 + 15 + 24 + 33 + \ldots + 195}_{22 \text{ términos}}$

$S = \left(\frac{6+195}{2}\right) 22 = 2211$ **Clave B**

10 $S = \overbrace{0 + 5 + 10 + 15 + 20 + \ldots}^{30 \text{ términos}}$

$S = \left(\frac{0+(30-1)5}{2}\right)30$

$\therefore S = 2175$ **Clave C**

NIVEL 2 (página 166)

11 $\sum_{n=4}^{15}(2n^3 - 5n + 10) = 2\underbrace{\sum_{n=4}^{15} n^3}_{A} - 5\underbrace{\sum_{n=4}^{15} n}_{B} + \underbrace{\sum_{n=4}^{15} 10}_{C}$

Luego:

$A = 2\left[\frac{15(16)}{2}\right]^2 - 2\left[\frac{3(4)}{2}\right]^2 = 2(14\,400 - 36)$

$A = 28\,728$

$B = 5\left[\frac{15(16)}{2} - \frac{3(4)}{2}\right] = 570$

$C = 10(15 - 4 + 1) = 120$

Entonces: $\sum_{n=4}^{15}(2n^3 - 5n + 10) = A - B + C$

$\sum_{n=4}^{15}(2n^3 - 5n + 10) = 28\,728 - 570 + 120$

$\therefore \sum_{n=4}^{15}(2n^3 - 5n + 10) = 28\,278$

Clave B

12 $R = \sum_{k=1}^{9} 2^k = 2^1 + 2^2 + 2^3 + \ldots + 2^9$

$R = \frac{2(2^9 - 1)}{2 - 1} = 1022$

$\therefore R = 1022$ **Clave A**

13 $P = -(1 + 3 + 5 + \ldots + 169) + (2 + 4 + \ldots + 170)$

$P = -\left(\frac{169+1}{2}\right)^2 + \frac{170}{2}\left(\frac{170}{2} + 1\right)$

$P = -7225 + 7310 \quad \therefore P = 85$

Clave A

14 $R = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \ldots + \frac{2}{n(n+1)}$

$R = 2\sum_{k=1}^{n}\left[\frac{1}{k(k+1)}\right]$



Luego:

$$2\sum_{k=1}^{n}\left[\frac{1}{k}-\frac{1}{k+1}\right]=2\left[\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\ldots+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}\right]$$

$$=2\left[1-\frac{1}{n+1}\right]$$

$\therefore R=\dfrac{2n}{n+1}$ **Clave C**

15 $w=1\times4+2\times5+3\times6+\ldots+60\times63$

$$w=\sum_{n=1}^{60}n(n+3)=\sum_{n=1}^{60}n^2+3\sum_{n=1}^{60}n$$

$$w=\frac{60(61)(121)}{6}+3\times\frac{60(61)}{2}$$

$w=73\,810+5490\quad\therefore w=79\,300$ **Clave D**

16 $x=1\times2\times4+2\times3\times5+\ldots+10\times11\times13$

$$x=\sum_{n=1}^{10}n(n+1)(n+3)$$

$$x=\sum_{n=1}^{10}(n^3+4n^2+3n)$$

$$x=\sum_{n=1}^{10}n^3+4\sum_{n=1}^{10}n^2+3\sum_{n=1}^{10}n$$

$$x=\left[\frac{10(11)}{2}\right]^2+4\left[\frac{10(11)(21)}{6}\right]+3\left[\frac{10(11)}{2}\right]$$

$x=3025+1540+165\quad\therefore x=4730$ **Clave A**

17 0 ; 3 ; 8 ; 15 ; 24 ; ...; 1680

+3 +5 +7 +9

+2 +2 +2

$t_n=an^2+bn+c$

$a=\frac{2}{2}=1;\ b=3-\frac{2}{2}=2;\ c=0\ \Rightarrow t_n=(n^2+2n)$

$1680=40^2+2(40)$; entonces la serie tiene 40 términos.

Piden: $B=\displaystyle\sum_{n=1}^{40}(n^2+2n)$

$$B=\sum_{n=1}^{40}n^2+2\sum_{n=1}^{40}n$$

$$B=\frac{40(41)(81)}{6}+2\times\frac{40(41)}{2}$$

$B=22\,140+1640\quad\therefore B=23\,780$

Clave C

18 $a+(a+1)+(a+2)+\ldots+(a+76)=\ldots8$

$$77a+\frac{76(77)}{2}=\ldots8$$

$77a+2926=\ldots8$

$77a=\ldots2$

$\Rightarrow a=\ldots6$

Piden: $(a+76)=\ldots6+76=\ldots2$

$\therefore (a+76)=\ldots2$ **Clave A**

19 Progresión geométrica:

$a;\ 4a+2b;\ 12a+8b;\ \ldots;\ 2^{n-1}(n(a+b)-b)$

Se cumple: $\dfrac{4a+2b}{a}=\dfrac{12a+8b}{4a+2b}=\dfrac{6a+4b}{2a+b}$

$$\frac{4a+2b}{a}=\frac{6a+4b}{2a+b}$$

$$\frac{2a+b}{a}=\frac{3a+2b}{2a+b}$$

$(2a+b)^2=a(3a+2b)$

$4a^2+4ab+b^2=3a^2+2ba$

$a^2+2ab+b^2=0$

$(a+b)^2=0\ \Rightarrow\ b=-a$

$\Rightarrow a;\ 4a+2(-a);\ 12a+8(-a);\ \ldots;\ 2^{n-1}(n(a-a)-(-a))$

$a;\ 2a;\ 4a;\ \ldots;\ 2^{n-1}\cdot a$

La suma será:

$S=\underbrace{a+2a+4a+\ldots+2^{n-1}\cdot a}_{n\ \text{términos}}$

$S=t_1\left(\dfrac{r^n-1}{r-1}\right)$; t_1: primer término; n: n.° de términos; r: razón

$S=a\left(\dfrac{2^n-1}{2-1}\right)\quad\therefore S=a\,(2^n-1)$ **Clave E**

20 $S=\underline{3}+4+\underline{7}+6+\underline{11}+10+\underline{15}+16+\ldots+\underline{119}+874$

$S=S_1+S_2$

Donde:

- $S_1=3+7+11+15+\ldots+119$

  n.° de términos $=\dfrac{119-3}{4}+1=30$

  $\Rightarrow S_1=\left(\dfrac{3+119}{2}\right)30=1830$

- $S_2=4+6+10+16+\ldots+874$

  $\Rightarrow$ 4 ; 4 ; 6 ; 10 ; 16 ; ... ; 874

  +0 +2 +4 +6

  +2 +2 +2

$t_n=an^2+bn+c$



$c = 4;\ a = \frac{2}{2} = 1;\ b = 0 - \frac{2}{2} = -1$

$\Rightarrow t_n = n^2 - n + 4$

Luego, al igualar t_n con 874, se deduce que S_2 tiene 30 términos, entonces:

$$S_2 = \sum_{n=1}^{30}(n^2 - n + 4)$$

$$S_2 = \sum_{n=1}^{30} n^2 - \sum_{n=1}^{30} n + \sum_{n=1}^{30}(4)$$

$$S_2 = \frac{30(31)61}{6} - \frac{30(31)}{2} + 30(4) \Rightarrow S_2 = 9110$$

$\therefore S = 1830 + 9110 = 10\,940$

Clave E

NIVEL 3 (página 167)

21 $S = \underbrace{1 + 2 + 4 + 5 + 7 + 10 + 10 + 17 + \ldots}_{37 \text{ términos}}$

$S = S_1 + S_2$

Donde:

- $S_1 = \underbrace{1 + 4 + 7 + 10 + \ldots + 55}_{19 \text{ términos}}$

  $$S_1 = \left[\frac{2(1) + (19-1)3}{2}\right]19$$

  $\Rightarrow S_1 = 532$

- $S_2 = \underbrace{2 + 5 + 10 + 17 + \ldots + 325}_{18 \text{ términos}}$

  $$S_2 = \sum_{n=1}^{18}(n^2 + 1) = \sum_{n=1}^{18} n^2 + \sum_{n=1}^{18}(1)$$

  $$S_2 = \frac{18(19)37}{6} + (1)(18) \Rightarrow S_2 = 2127$$

  $\therefore S = 532 + 2127 = 2659$

Clave E

22 0 ; 2 ; 11 ; 33 ; 74 ; 140 ; ...

+2 +9 +22 +41 +66

+7 +13 +19 +25

+6 +6 +6

Entonces: $t_n = an^3 + bn^2 + cn + d$

Donde:

$t_0 = 0 = d$

$t_1 = 2 = a + b + c$

$t_2 = 11 = 8a + 4b + 2c$

$t_3 = 33 = 27a + 9b + 3c$

$a = 1;\ b = \frac{1}{2}$

$c = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow t_n = n^3 + \frac{n^2}{2} + \frac{n}{2}$

Por dato: M tiene 20 sumandos.

Piden:

$$M = \sum_{n=1}^{20}\left(n^3 + \frac{n^2}{2} + \frac{n}{2}\right)$$

$$M = \sum_{n=1}^{20} n^3 + \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{20} n^2 + \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{20} n$$

$$M = \left[\frac{20(21)}{2}\right]^2 + \frac{1}{2} \times \frac{20(21)(41)}{6} + \frac{1}{2} \times \frac{20(21)}{2}$$

$M = 44\,100 + 1435 + 105 \ \therefore M = 45\,640$

Clave E

23 $\underbrace{(3n + 2) + (3n + 4) + (3n + 6) + \ldots + (3n + 2n)}_{\text{n.° términos}} = 41$

$\Rightarrow (3n)n + (2 + 4 + 6 + \ldots + 2n) = 41n$

$3n^2 + n(n + 1) = 41n$

$4n^2 = 40n$

$\therefore n = 10$

Clave A

24 $S = 1 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{8} + \frac{1}{27} + \ldots$

$S = S_1 + S_2$

Donde:

- $S_1 = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \ldots = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = 2$

- $S_2 = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \ldots = \frac{1}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{3}{2}$

$\therefore S = 2 + \frac{3}{2} = \frac{7}{2}$

Clave E

25 $S = 4 \times 36 + 6 \times 34 + 8 \times 32 + 10 \times 30 + \ldots + 36 \times 4$

$S = 4(36) + 6(36 - 2) + 8(36 - 4) + 10(36 - 6) + \ldots + 36(36 - 32)$

$S = 36(4 + 6 + 8 + \ldots + 36) - (2 \times 6 + 4 \times 8 + 6 \times 10 + \ldots + 32 \times 36)$



$S = 36[18(19) - 2] - 4(1 \times 3 + 2 \times 4 + 3 \times 5 + ... + 16 \times 18)$

$$S = 12\,240 - 4\sum_{n=1}^{16} n(n+2)$$

$$S = 12\,240 - 4\left[\frac{16(17)(33)}{6} + 2 \times \frac{16(17)}{2}\right]$$

$\therefore S = 5168$

Clave C

26 $S = \frac{1}{2^{10}} + \frac{2}{2^9} + \frac{3}{2^8} + \frac{4}{2^7} + ... + \frac{9}{2^2} + \frac{10}{2^1}$

$$\frac{S}{2} = \frac{1}{2^{11}} + \frac{2}{2^{10}} + \frac{3}{2^9} + \frac{4}{2^8} + ... + \frac{9}{2^3} + \frac{10}{2^2}$$

$$\frac{S}{2} = -\left(\frac{1}{2^{11}} + \frac{1}{2^{10}} + \frac{1}{2^9} + \frac{1}{2^8} + ... + \frac{1}{2^2}\right) + \frac{10}{2}$$

$$\frac{S}{2} = -\frac{\left(\frac{1}{2^{11}}\right)(2^{10} - 1)}{2 - 1} + 5$$

$$\frac{S}{2} = 5 - \frac{1023}{2048}$$

$$\therefore S = 9 + \frac{1}{1024}$$

Clave E

27 Sean los 20 números impares consecutivos:

$$\underbrace{(2k+1) + (2k+3) + (2k+5) + ... + (2k+39)}_{20 \text{ términos}} = 1200$$

Entonces: $20(2k) + \left(\frac{39+1}{2}\right)^2 = 1200$

$\Rightarrow 2k = 40$

Piden la suma de los 30 números impares consecutivos siguientes:

$$T = \underbrace{(2k+41) + (2k+43) + (2k+45) + ... + (2k+99)}_{30 \text{ términos}}$$

$$T = 30(2k) + \left(\frac{41+99}{2}\right)30$$

$T = 30(40) + 2100$

$T = 3300$

Clave C

28 Calculando de adentro hacia afuera:

$$\sum_{n=a}^{a}(k) = k(a - a + 1) = k$$

$$\sum_{n=a}^{a+1} k = k(a + 1 - a + 1) = 2k$$

$$2\sum_{n=a}^{a+2} k = 2k(a + 2 - a + 1) = 6k$$

$$6\sum_{n=a}^{a+3} k = 6k(a + 3 - a + 1) = 24k$$

Entonces: $24k = 48k^2 \quad \therefore k = \frac{1}{2}$

Clave C

29 $A = n + 2(n-1) + 3(n-2) + ... + n[n - (n-1)]$

$A = [n + 2n + 3n + ... + n(n)] - [1 \times 2 + 2 \times 3 + ... + (n-1)n]$

$$A = \frac{(n)(n)(n+1)}{2} - \frac{(n-1)(n)(n+1)}{3}$$

$$A = n(n+1)\left[\frac{n}{2} - \frac{n-1}{3}\right]$$

$$\therefore A = \frac{n(n+1)(n+2)}{6}$$

Clave A

30 En la parte interior:

$$\frac{3n^2 + 3n + 1}{(n^2+n)^3} = \frac{(n^3 + 3n^2 + 3n + 1) - n^3}{n^3(n+1)^3}$$

$$= \frac{(n+1)^3 - n^3}{n^3(n+1)^3}$$

$$\Rightarrow \frac{3n^2 + 3n + 1}{(n^2+n)^3} = \frac{1}{n^3} - \frac{1}{(n+1)^3}$$

Luego tenemos:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n^3} - \frac{1}{(n+1)^3}\right)$$

$$= \left(1 - \frac{1}{2^3}\right) + \left(\frac{1}{2^3} - \frac{1}{3^3}\right) + \left(\frac{1}{3^3} - \frac{1}{4^3}\right) + ...$$

$$\therefore \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n^3} - \frac{1}{(n+1)^3}\right) = 1$$

Clave A

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 172)

1 En el primer gráfico: $2 \times 4 + 12 = 20$
En el segundo gráfico: $5 \times 3 + 12 = 27$
Entonces: $1 \times 7 + 12 = x$ $\therefore x = 19$

Clave A

2 En el primer triángulo: $(7 - 3)^2 = 16$
En el segundo triángulo: $(11 - 5)^2 = 36$
En el tercer triángulo: $(x - 2)^2 = 49$
$\therefore x = 9$

Clave C

3 En la primera fila: $\sqrt{45 - 36} = 3$
En la segunda fila: $\sqrt{49 - 24} = 5$
En la tercera fila: $\sqrt{88 - 72} = x$ $\therefore x = 4$

Clave D

4 En el primer triángulo: $2(2)(2) = 8$
En el segundo triángulo: $3(4)(1) = 12$
En el tercer triángulo: $2(3)(7) = ?$
$\therefore ? = 42$

Clave A

5

12	8	5	4	$\Rightarrow$	$12 + 8 = 5 . 4$
9	9	6	3	$\Rightarrow$	$9 + 9 = 6 . 3$
13	x	2	15	$\Rightarrow$	$13 + x = 2 . 15$

$\therefore x = 17$

Clave D

6

3	(7)	2	$\Rightarrow$	$3 . 2 + 1 = 7$
7	(44)	6	$\Rightarrow$	$7 . 6 + 2 = 44$
1	(7)	4	$\Rightarrow$	$1 . 4 + 3 = 7$
2	(x)	8	$\Rightarrow$	$2 . 8 + 4 = 20 = x$

Clave C

7

3	(7)	2	$\Rightarrow$	$3^2 - 2 = 7$
5	(4)	1	$\Rightarrow$	$5^1 - 1 = 4$
4	(61)	3	$\Rightarrow$	$4^3 - 3 = 61$
2	(x)	4	$\Rightarrow$	$2^4 - 4 = 12 = x$

Clave A

8

8	(27)	5	$\Rightarrow$	$85 - 58 = 27$
5	(36)	1	$\Rightarrow$	$51 - 15 = 36$
4	(18)	2	$\Rightarrow$	$42 - 24 = 18$
3	(x)	2	$\Rightarrow$	$32 - 23 = 9 = x$

Clave B

9 En la primera figura: $4(7) + 5(2) = 38$
$38 \div 2 = 192$
En la segunda figura: $9(5) + 1(3) = 48$
$48 \div 2 = 24$
En la tercera figura: $7(6) + 3(4) = 54$
$54 \div 2 = x$
$\therefore x = 27$

Clave E

10 En la primera figura: $3 \times 1 \times 2 \times 7 = 42$
En la segunda figura: $5 \times 2 \times 4 \times 3 = 120$
En la tercera figura: $7 \times 1 \times 6 \times 2 = ?$
$? = 84$

Clave A

11 En el primer gráfico: $9 + 3 + 7 = 19$
$13 + 10 + 4 = 27$
$\Rightarrow 27 - 19 = 8$

En el segundo gráfico:
$6 + 2 + 5 = 13$
$11 + 9 + 1 = 21$
$\Rightarrow 21 - 13 = 8$

Por lo tanto:
$20 + 15 + 18 = 53$
$24 + 22 + ? = 53 + 8$
$? = 15$

Clave E

12 En la primera figura: $15(4) \div 6(2) = 5$
En la segunda figura: $4(6) \div 2(3) = 4$
Finalmente: $9(8) \div 3(2) = x$
$\therefore x = 12$

Clave E

13 En la primera figura:
$3^5 = 243 \Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 2 + 4 + 3 = 9$
En la segunda figura:
$2^7 = 128 \Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 1 + 2 + 8 = 11$
En la tercera figura:
$4^5 = 1024 \Rightarrow \Sigma\text{cifras} = 1 + 2 + 4 = 7$
$\therefore ? = 7$

Clave B



14 En el triángulo: $(3+5+2)3=30$
En el cuadrado:
$(3+4+2+9)4=72$
En el pentágono:
$(0+1+3+4+2)5=x$
$\therefore x=50$

Clave B

REFUERZA PRACTICANDO

NIVEL 1 (página 174)

1 En el primer triángulo:
$3\times5\times8=120\div10=12$

En el segundo triángulo:
$4\times7\times5=140\div10=14$

En el tercer triángulo:
$3\times8\times15=360\div10=36$

$\therefore x=36$

Clave A

2 En la primera figura:
$1+5+2=8$

En la segunda figura:
$-3-8-9=-20$

En la tercera figura:
$5+9+10=x$
$\therefore x=24$

Clave D

3 $6=2\times3$
$12=4\times3$
$48=16\times3$
$\therefore ?=8\times3=24$

Clave B

4 En la primera figura:
$10=(2+3)(4-2)$

En la segunda figura:
$21=(4+3)(6-3)$

En la tercera figura:
$x=(5+7)(5-1)$

$\therefore x=48$

Clave B

5 En la primera figura:
$(5+3)+(5-3)=10$

En la segunda figura:
$(11+4)+(11-4)=22$

En la tercera figura:
$(7+3)+(7-3)=x$ $\therefore x=14$

Clave D

6 Mediante la suma de cifras:
$101\Rightarrow1+0+1=2$
$11\Rightarrow1+1=2$
$22\Rightarrow2+2=4$
$25\Rightarrow2+5=7$
$26\Rightarrow2+6=x$

$\therefore x=8$

Clave A

7 $1+2=3$
$3+2^2=7$
$7+2^3=?\Rightarrow ?=15$
$15+2^4=31$

Clave B

8 En la primera figura:
$7+2=9$ $9+6=15$
$7-2=5$ $12-9=3$

En la segunda figura: $N+3=10$
Entonces: $N=7$

$M-12=3$
$M=15$

$\therefore M+N=22$

Clave D

9 $\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$; $\frac{1}{8}\div\frac{1}{24}=3$

$\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{3}$; $\frac{1}{3}\div\frac{2}{3}=\frac{1}{2}$

$6\,.\,x=48$; $48\div y=6$

$\therefore x=8;\ y=8$

Clave A

NIVEL 2 (página 175)

10 En la primera fila:
$\frac{6+42}{2}=24$

En la segunda fila: $\frac{3+27}{2}=15$

En la tercera fila: $\frac{17+5}{2}=z$
$\therefore z=11$

Clave A

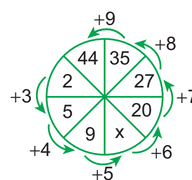
11 En la primera figura:
$\frac{3\times4\times1}{2\times2}=3$

En la segunda figura:
$\frac{3\times2\times8}{6\times4}=2$

En la tercera figura:
$\frac{3\times4\times6}{9\times4}=x$ $\therefore x=2$

Clave A

12



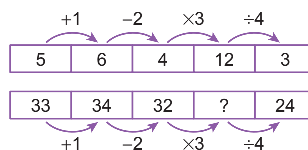
$\therefore x=9+5=14$

Clave A

13 Sumandos términos alternadamente tenemos:
$8+2+2=12=2+4+6$
$5+8+7=20=7+9+4$
$8+8+14=30=10+10+10$
$6+12+6=24=a+b+c$
$\therefore\ a+b+c=24$

Clave C

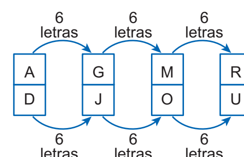
14



$\therefore ?=32\times3=96$

Clave E

15



Clave E

16 En la primera figura:
$[(8+5)-(5+2)] \,.\, 2 = 12$

En la segunda figura:
$[(15+10)-(10+7)] \,.\, 2 = 16$

En la tercera figura:
$[(12+9)-(9+4)] \,.\, 2 = x$

$\therefore x = 16$

Clave C

17 De los gráficos podemos observar que la suma de cifras de cada número es igual al número ubicado en la parte central.

Suma de cifras:
$6 + 7 = 13$

Suma de cifras:
$4 + 9 = 13$

Según las alternativas, el número 2371 cumple con el criterio: $2 + 3 + 7 + 1 = 13$

Clave E

18 $22 = (18 + 13) - (2 + 7)$
$18 = (20 + 17) - (8 + 11)$
$B = (12 + 8) - (A + 9)$
$\therefore A + B = 11$

Clave B

NIVEL 3 (página 176)

19 De la figura:
$86 = y - x$

Además:
$5 + 2 = 7$
$7 + 3 = 10$
$10 + 4 = 14$
$14 + 5 = 19 = x$
$\Rightarrow y = 86 + (19) = 105$

Piden:
$x + y = 19 + 105$

$\therefore x + y = 124$

Clave A

20 En la primera figura:
$\frac{4 \times 6}{2 \times 6} = 2$

En la tercera figura:
$\frac{3 \times 10}{5 \times 2} = 3$

En la segunda figura:
$\frac{8 \times 9}{3 \times 4} = x$

$\therefore x = 6$

Clave B

21 Mediante suma de cifras:
$(1 + 2) + (1 + 3) = 7$
$(1 + 3) + (1 + 5) = 10$
$(1 + 1) + (1 + 4) = 7$
$(1 + 4) + (1 + 2) = ?$
$\therefore ? = 8$

Clave C

22

$\therefore ? = 6 \times 5 = 30$

Clave C

23 En la sucesión:
2 ; 3 ; 5 ; 8 ; 12
1 2 3 4

En los círculos:
$2 = 2 \times 1$
$6 = 3 \times 2$
$15 = 5 \times 3$
$32 = 8 \times 4$
$x = 12 \times 5 \Rightarrow x = 60$

$\therefore \Sigma\text{cifras} = 6 + 0 = 6$

Clave E

24 En la primera fila:
$4^3 + 3^2 = 73$

En la segunda fila:
$5^2 + 4^1 = 29$

En la tercera fila:
$8^0 + 5^2 = x \quad \therefore\ x = 26$

Clave B

25 Analizando los términos que se oponen:
$7 \times 2 = 14$
$16 \times 3 = 48$
$? \times 4 = 120 \Rightarrow ? = 30$
$9 \times 5 = 45$

Clave B

26

6; 12; 18; 24
$7 + 11 = 18$

$\therefore$ La alternativa correcta es: E

Clave E

27 Se observa:
$(5 - 2)^2 = 9$
$(7 - 3)^2 = 16$
$(11 - 5)^2 = 36$
$(25 - 17)^2 = 64$
$\Rightarrow (x - y)^2 = z$

Luego, para hallar x e y, hacemos:

I. 5; 7; 11; x; 25
+2 +4 +6 +8
$\Rightarrow x = 17$

II. 2; 3; 5; y; 17
+1 +2 +4 +8
$\Rightarrow y = 9$

Reemplazamos:
$z = (x - y)^2 = (17 - 9)^2 = 64$
$\Rightarrow z = 64$

$\therefore E = 64 - 17 - 3(9) = 20$

Clave D

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 181)

1 $5x - 2x \leq 30$

$3x \leq 30$

$x \leq 10 \qquad \therefore x \in \langle -\infty; 10]$

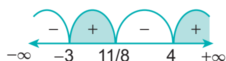
Clave E

2 $\dfrac{x-2}{x+3} - \dfrac{x-1}{x-4} < 0$

$$\frac{x^2 - 6x + 8 - (x^2 + 2x - 3)}{(x+3)(x-4)} < 0$$

$$\frac{(11 - 8x)}{(x+3)(x-4)} < 0$$

$$\frac{(8x - 11)}{(x+3)(x-4)} > 0$$



$x \in \langle -3; 11/8 \rangle \cup \langle 4; +\infty \rangle$

Clave A

3 $\dfrac{(x+1)(x-1)(x+2)(x-2)(x+3)(x-3)}{(x^2+1)(x^2+2x+3)} \geq 0$

Las funciones $(x^2 + 1)$ y $(x^2 + 2x + 3)$ son siempre positivas por lo que no es necesario analizarlas.



$CS = \langle -\infty; -3] \cup [-2; -1] \cup [1; 2] \cup [3; +\infty \rangle$

Clave A

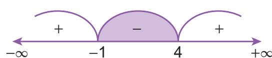
4 $x^2 + 5x + 4 > 2x^2 + 2x$

$x^2 - 3x - 4 < 0$

x   –4

x   +1

$(x - 4)(x + 1) < 0$



$\therefore x \in \langle -1; 4 \rangle$

Clave B

5 $\dfrac{a^2x - a^2 + 2b^2}{2} \geq \dfrac{b^2x - 3b^2 + 4a^2}{2}$

$5b^2 - 5a^2 \geq b^2x - a^2x$

$5(b^2 - a^2) \geq (b^2 - a^2)x$

$5 \geq x$

$\therefore x \in \langle -\infty; 5]$

Clave D

6 $\dfrac{a^2x - 3a^2 + 4b^2}{4} > \dfrac{b^2x - 3b^2 + 4a^2}{4}$

$7b^2 - 7a^2 > b^2x - a^2x$

$7(b^2 - a^2) > (b^2 - a^2)x$

$7 > x$

$\therefore x \in \langle -\infty; 7 \rangle$

Clave C

7 $x^2 + 5x + 6 + 4 \geq x^2 + 11x + 30 + 7$

$5x + 10 \geq 11x + 37$

$-27 \geq 6x$

$-\dfrac{9}{2} \geq x$

$\therefore x \in \langle -\infty; -9/2]$

Clave C

8 $\dfrac{3x + 3 + 2x - 4}{6} \geq \dfrac{3x + 9 + 4x - 16}{12}$

$10x - 2 \geq 7x - 7$

$3x \geq -5$

$x \geq -\dfrac{5}{3}$

$\therefore x \in [-5/3; +\infty \rangle$ **Clave B**

9 $(x + 2)(x^2 + 2x + 1) > x(x^2 + 4x + 4)$

$x^3 + 4x^2 + 5x + 2 > x^3 + 4x^2 + 4x$

$x > -2$

$\therefore x \in \langle -2; +\infty \rangle$ **Clave A**

10 $(x + 1)(x^2 + 4x + 4) \geq (x + 3)(x^2 + 2x + 1)$

$x^3 + 5x^2 + 8x + 4 \geq x^3 + 5x^2 + 7x + 3$

$x \geq -1$

$\therefore x \in [-1; +\infty \rangle$

Clave E

11 $4x^2 + 12x + 9 > 4x^2 - 5x + 1$

$17x > -8$

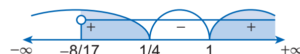
$x > -8/17$

$4x^2 - 5x + 1 \geq 0$

4x   –1

x   –1

$(4x - 1)(x - 1) \geq 0$



$x \in \left\langle -\dfrac{8}{17}; \dfrac{1}{4} \right] \cup [1; +\infty \rangle$

$\therefore$ Soluciones menores que 7: 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6

Clave D



12

- $x^2 - 3x + 2 > x^2 - 4x + 3$

  $x > 1$

- $x^2 - 3x + 2 \geq 0$

  x −2
  x −1

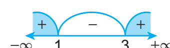
  $(x - 2)(x - 1) \geq 0$



- $x^2 - 4x + 3 \geq 0$

  x −3
  x −1

  $(x - 3)(x - 1) \geq 0$



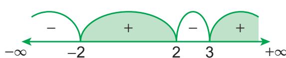
Luego: (−∞ 1 2 3 +∞)

$\therefore x \in [3; +\infty\rangle$

Clave B

13 $(x + 1)^2(x - 2)(x + 2)(x - 3) > 0$

$(x - 2)(x + 2)(x - 3) > 0 \ \wedge \ x \neq -1$



$\therefore x \in \langle -2; 2\rangle \cup \langle 3; +\infty\rangle - \{-1\}$

Clave E

14 $(x + 1)(4x - x^2 - 4) > 0$

$(x + 1)(x^2 - 4x + 4) < 0$

$(x + 1)(x - 2)^2 < 0$

$x + 1 < 0 \ \wedge \ x \neq 2$



$\therefore x \in \langle -\infty; -1\rangle$

Clave C

REFUERZA PRACTICANDO

NIVEL 1 (página 183)

1 Tenemos $J = 3x + 2$

Como: $-1 < x < 5$

Multiplicamos por 3:

$-1(3) < (3)x < 5(3) \Rightarrow -3 < 3x < 15$

Sumamos 2:

$-3 < 3x < 15 \Rightarrow -3 + 2 < 3x + 2 < 15 + 2$

$\therefore -1 < J < 17$

Clave C

2 Piden: $A = 6 - 2x = -2x + 6$

Como: $-2 \leq x < 3$

Multiplicando por (−2):

$-2(-2) \geq (-2)x > (-2)3$

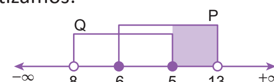
$\Rightarrow 4 \geq -2x > -6$

Sumamos 6:

$4 + 6 \geq -2x + 6 > -6 + 6 \quad \therefore 0 < A \leq 10$

Clave A

3 Esquematizamos:



$\Rightarrow P - Q = \langle 5; 13\rangle$

Valores enteros: $\underbrace{\{6; 7; 8; 9; 10; 11; 12\}}_{\text{7 números}}$

$\therefore$ 7 números la verifican.

Clave C

4 Tenemos que: $J = 7 - x^2$

Como J: máximo $\Rightarrow$ le debo restar lo mínimo

Es decir:

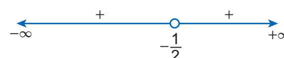
$x^2 \rightarrow$ mín

Esto es J: $= 7 - \underbrace{x^2}_{\text{mín.} = 0}$

$\therefore J_{máx.} = 7$

Clave C

5 El punto crítico es $-\frac{1}{2}$, no se considera como parte de la solución ya que es > 0.



$\therefore x \in \mathbb{R} - \left\{-\frac{1}{2}\right\}$

Clave D

6 El punto crítico es − 1/2, se considera como parte de la solución ya que es ≥ 0.



$\therefore x \in \mathbb{R}$

Clave B

7 Como: $(5x - 1) \in \langle 4; 9\rangle \Rightarrow 4 < 5x - 1 < 9$

$\Rightarrow 1 < x < 2$



Multiplicando por 3 y restando 2 a toda la desigualdad:

$3 < 3x < 6 \Rightarrow 3 - 2 < 3x - 2 < 6 - 2$

$\Rightarrow 1 < 3x - 2 < 4$

De donde al invertir se tiene:

$1 > \frac{1}{3x-2} > \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{4} < \frac{1}{3x-2} < 1$

Clave C

8 Factorizamos la inecuación por aspa simple:

$x^2 - 11x + 28 > 0$

$x \quad -7$

$x \quad -4$

Luego se tendrá: $(x - 4)(x - 7) > 0$

Puntos críticos: $x = 4 \wedge x = 7$



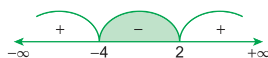
$\therefore x \in \langle -\infty; 4\rangle \cup \langle 7; +\infty\rangle$

Clave E

9 Factorizando se obtiene: $(x + 4)(x - 2) < 0$

Puntos críticos: $x = -4; x = 2$

Graficamos y aplicamos la regla de signos:



$\therefore$ El conjunto solución es: $x \in \langle -4; 2\rangle$

Clave B

10 Planteando la inecuación:

$\frac{1}{1} \leq \frac{1}{2x+1} \leq \frac{8}{1} \Rightarrow \frac{1}{1} \geq \frac{2x+1}{1} \geq \frac{1}{8}$

$\Rightarrow 1 \geq 2x + 1 \geq \frac{1}{8} \Rightarrow 8 \geq 16x + 8 \geq 1$

$\Rightarrow 0 \geq x \geq -\frac{7}{16}$

$\therefore -\frac{7}{16}$ es el menor valor.

Clave B

NIVEL 2 (página 184)

11 Dato: $-1 < a < 0$; escogiendo $a = -1/2$.

Lo colocamos en las alternativas con lo que se obtendrá:

A) $-\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{16}$ D) -1 E) $\frac{1}{256}$

$\therefore$ El mayor es a^2.

Clave B

12 Del sistema se obtendrá:

$\underbrace{3x - 4 \leq 5x + 2}_{} \wedge \underbrace{5x + 2 \leq -x + 8}_{}$

$-6 \leq 2x \qquad 6x \leq 6$

$\Rightarrow -3 \leq x \quad \wedge \quad x \leq 1$

$\therefore -3 \leq x \leq 1$

Clave B

13 $\frac{2x+3}{4} \leq 1 + \frac{x}{4} \Rightarrow \frac{2x+3-x}{4} \leq 1 \Rightarrow x \leq 1$

$\Rightarrow x \in \langle -\infty; 1]$ ... (α)

$\frac{x+1}{2} \leq x \Rightarrow x + 1 \leq 2x \Rightarrow 1 \leq x$

$\Rightarrow x \in [1; +\infty\rangle$ ... (β)

Intersecando (α) y (β) tenemos:

$\therefore x \in \langle -\infty; 1] \cap [1; +\infty\rangle = \{1\}$

Clave D

14 Sumando 3 a todos los miembros: $2 \leq -3x < 5$

Multiplicando por 2: $4 \leq -6x < 10$

Clave C

15 $(-x + 3) \in [-6; 5\rangle \Rightarrow -6 \leq -x + 3 < 5$

$-2 < x \leq 9$

Hallando el intervalo para $(2x + 5)$:

$-2 < x \leq 9 \Rightarrow 1 < 2x + 5 \leq 23$

$\Rightarrow (2x + 5) \in \langle 1; 23]$

Pero: $(2x + 5) \in \langle a + 1; b + 13]$

Comparando: $a = 0$; $b = 10$

$\therefore a^{20} + b^2 = 100$

Clave D

16 Calculando el discriminante:

$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 1^2 - 4(1)(1) = -3$

Entonces como $\Delta < 0$, luego $x^2 + x + 1$ siempre será positivo, para cualquier valor de x.

$\therefore x \in \mathbb{R}$

Clave B

17 Transponiendo los términos de manera adecuada:

$x^2 - 4x + 12 + M \geq 0$

Si se verifica $\forall x \in \mathbb{R}$ y además su primer coeficiente es positivo $(1 > 0)$; entonces el discriminante debe ser menor o igual a cero; luego tenemos:

$\Delta = 16 - 4(M + 12) \leq 0$

$\Rightarrow 16 - 48 \leq 4M$

$\Rightarrow -32 \leq 4M$

$\Rightarrow M \geq -8$

$\therefore$ El menor valor es -8.

Clave C



18 Sabemos que la expresión está bien definida si $x \neq 0$, es decir: CVA = $\mathbb{R} - \{0\}$

Operando: $\frac{x-2}{x} < 0 \wedge x \neq 0$

Multiplicando ambos miembros por x^2:

$x^2\left(\frac{x-2}{x}\right) < 0 . x^2$

Vemos que el sentido no cambia, ya que x^2 es positivo, entonces: $x(x-2) < 0 \wedge x \neq 0$



$\therefore x \in \langle 0; 2 \rangle$

Clave B

19 Sea x el número de artículos. Por dato se plantea:

$x - 70 > \frac{x}{2} \Rightarrow x > 140$ ...(I)

$x - 70 + 6 - 36 < 42 \Rightarrow x < 142$ ...(II)

De (I) y (II): $140 < x < 142$ $\therefore x = 141$

Clave B

20 Sea x la cantidad de mesas que fabricó al principio. Del enunciado se plantea:

$x - 49 > \frac{x}{2} \Rightarrow x > 98$ ...(I)

$x - 49 + 9 - 20 < 41 \Rightarrow x < 101$ ... (II)

De (I) y (II): $98 < x < 101$

Como x es par (según dato) $\Rightarrow x = 100$

$\therefore$ La cantidad de mesas en total es:
$100 + 9 = 109$

Clave D

NIVEL 3 (página 185)

21 Como $x \in \mathbb{R} \Rightarrow x^2 \geq 0$

Ahora: $C = x^2 + 3$

Piden C mínimo $\Rightarrow x^2$ es mínimo

$\therefore C = 0 + 3 = 3$

Clave C

22 Completando cuadrados:

$M = x^2 + 4x + 8 = x^2 + 4x + 4 + 4 = (x+2)^2 + 4$

$\Rightarrow M = 4 + (x+2)^2$

Piden M mínimo $\Rightarrow (x+2)^2$ es mínimo, es decir 0.

$\therefore M = 4 + 0 = 4$

Clave B

23 A) $(y - x)(x - y) = -(x - y)(x - y) = \underbrace{-(x-y)^2 < 0}_{\text{correcto}}$

B) Como: $x^2 \geq 0 \wedge y^2 \geq 0 \Rightarrow \underbrace{x^2 + y^2 \geq 0}_{\text{correcto}}$

C) $\frac{y-x}{y} = 1 - \frac{x}{y}$

Es siempre negativo, ya que x e y son de signos opuestos.

$\Rightarrow 1 +$ positivo > 0 (correcto)

D) $x^2 - xy = x^2 +$ positivo > 0

$\therefore$ La no correcta es la D.

Clave D

24 Nos piden: $C = 3x^2 - 1$

Además: $x \in \langle 1; 3]$ $\Rightarrow 1 < x \leq 3$

Observa que: $1 \wedge 3 \in \mathbb{R}^+$

I. Elevando al cuadrado:
$1^2 < x^2 \leq 3^2 \Rightarrow 1 < x^2 \leq 9$

II. Multiplicando por 3:
$1 < x^2 \leq 9 \Rightarrow 1(3) < x^2(3) \leq 9(3)$
$\Rightarrow 3 < 3x^2 \leq 27$

III. Restamos 1:
$3 - 1 < 3x^2 - 1 \leq 27 - 1$

$\therefore C \in \langle 2; 26]$

Clave C

25 Por dato: $m = -2x^2 + 3$

Como: $x \in [-3; -1\rangle \Rightarrow -3 \leq x < -1$

Observa que: (-3) y $(-1) \in \mathbb{R}^-$

I. Elevando al cuadrado:
$(-3)^2 \geq x^2 > (-1)^2 \Rightarrow 9 \geq x^2 > 1$

II. Multiplicando por (–2):
$9(-2) \leq -2(x^2) < (-2)1$
$-18 \leq -2x^2 < -2$

III. Sumamos 3:
$-18 + 3 \leq \underbrace{-2x^2 + 3}_{m} < -2 + 3$

$\therefore m \in [-15; 1\rangle$

Clave C



26 Como: $x \in [-1; 3\rangle \Rightarrow -1 \leq x < 3$

$(-1) \in \mathbb{R}^- \wedge 3 \in \mathbb{R}^+$

I. Elevando al cuadrado: $0 \leq x^2 < 9$

II. Sumamos 4: $0 + 4 \leq x^2 + 4 < 9 + 4$

$\Rightarrow 4 \leq x^2 + 4 < 13$

III. Invertimos: $\frac{1}{4} \geq \frac{1}{x^2+4} > \frac{1}{13}$

IV. Multiplico por 2:

$$2\left(\frac{1}{4}\right) \geq \underbrace{\frac{2}{x^2+4}}_{A} > 2\left(\frac{1}{13}\right)$$

$\therefore A \in \left\langle \frac{2}{13}; \frac{1}{2} \right]$

Clave D

27 CVA: $2x^2 + x \geq 0 \Rightarrow x(2x+1) \geq 0$

De lo cual: $x \leq -\frac{1}{2} \vee x \geq 0$ ...(α)

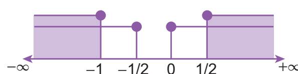
Luego: $\underbrace{\sqrt{2x^2+x}}_{+} \geq \underbrace{1}_{+}$

Elevando al cuadrado se tiene: $2x^2 + x \geq 1$

$\Rightarrow 2x^2 + x - 1 \geq 0 \Rightarrow (2x-1)(x+1) \geq 0$

Luego: $x \leq -1 \vee x \geq 1/2$ ... (β)

Intersecando (α) y (β), resulta:



$\therefore x \in \langle -\infty; -1] \cup [1/2; +\infty\rangle$

Clave E

28 CVA: $4x - 1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1/4$ ...(α)

Es decir los valores de x son positivos.

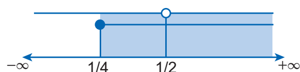
Por esto: $\underbrace{\sqrt{4x-1}}_{+} < \underbrace{2x}_{+}$

Al cuadrado: $4x - 1 < 4x^2$

Transponiendo: $4x^2 - 4x + 1 > 0 \Rightarrow (2x-1)^2 > 0$

Luego: $x \in \mathbb{R} - \{1/2\}$ ...(β)

Intersecando (α) y (β):



$\therefore x \in [1/4; +\infty\rangle - \{1/2\}$

Clave A

29 Se tendrá que: $\frac{x}{2} \geq 0 \wedge \left(-\frac{x}{2} \leq 2x - 1 \leq \frac{x}{2}\right)$

$\Rightarrow x \geq 0 \wedge (-x < 4x - 2 \leq x)$

$\Rightarrow x \geq 0 \wedge (-x \leq 4x - 2 \wedge 4x - 2 \leq x)$

$\Rightarrow x \geq 0 \wedge x \geq \frac{2}{5} \wedge x \leq \frac{2}{3} \Rightarrow x \geq \frac{2}{5} \wedge x \leq \frac{2}{3}$

$\therefore x \in \left[\frac{2}{5}; \frac{2}{3}\right]$

Clave D

30 Sea:

n.° monedas que recibe A: x

n.° monedas que recibe B: y

n.° monedas que recibe C: z

$\Rightarrow 197 < x + y + z < 205$ ...(1)

$y - z = 15$ ...(2)

$x = 2y$ ...(3)

Resolviendo el sistema obtenido de (2):

$y = 15 + z$ ...(4)

De (4) en (3): $x = 30 + 2z$ ...(5)

De (4) y (5) en (1):

$197 < 30 + 2z + 15 + z + z < 205$

$38 < z < 40$

$\therefore z = 39$

Clave D

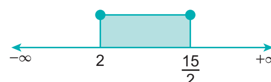
31 $3x^2 - 15x + 30 \leq x^2 + 4x$

$2x^2 - 19x + 30 \leq 0$

2 −15

1 −2

$(2x - 15)(x - 2) \leq 0$



Las soluciones enteras son: 2; 3; 4; 5; 6; 7.

$\therefore$ La suma es: 27

Clave B

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 191)

1 $2\log_5 x - 6\log_5 x = -4$

$\log_5 x^2 - \log_5 x^6 = -4$

$\log_5 x^{-4} = -4$

$x^{-4} = 5^{-4}$

$x = 5$

Clave A

2 $\log_{12}54 = \dfrac{\log_3 54}{\log_3 12}$

$= \dfrac{\log_3(3^3 \times 2)}{\log_3(3 \times 2^2)}$

$= \dfrac{3\log_3 3 + \log_3 2}{\log_3 3 + 2\log_3 2}$

$= \dfrac{3+\alpha}{1+2\alpha}$

Clave B

3 $\log x^3 = 6$

$3\log x = 6 \Rightarrow \log x = 2$

$\log x\sqrt{x} = \log x^{\frac{3}{2}}$

$= \dfrac{3}{2}\log x = \dfrac{3}{2}(2) = 3$

Clave D

4 $3\log_a x + \log_a x = 2$

$4\log_a x = 2$

$\log_a x = \dfrac{1}{2} \Rightarrow x = \sqrt{a}$

Clave E

5 $\dfrac{\log(3x-5)}{\log(3x^2+25)} = \dfrac{1}{2}$

$\log(3x-5) = \dfrac{1}{2}\log(3x^2+25)$

$\log(3x-5) = \log\sqrt{3x^2+25}$

$(3x-5)^2 = 3x^2+25$

$9x^2 - 30x + 25 = 3x^2 + 25$

$6x^2 - 30x = 0$

$6x(x-5) = 0$

$x = 5$

Piden: $\sqrt[3]{\alpha^2+2} = \sqrt[3]{5^2+2} = 3$

Clave C

6 $\log 5^1 + \log 5^2 + \log 5^3 + \ldots = \log 5^{210}$

$\log(5^1 . 5^2 . 5^3 . \ldots 5^t) = \log 5^{210}$

$\log 5^{\frac{t(t+1)}{2}} = \log 5^{210}$

$\dfrac{t(t+1)}{2} = 210$

$t(t+1) = 420$

$t(t+1) = 20 . 21$

$t = 20$

Luego: $\log t - 1 = \log 20 - \log 10$

$= \log\dfrac{20}{10} = \log 2$

Clave B

7 $\{4^{\log_2 7}\}^{\log_{5^2} 5^3}$

$\{4^{\log_2 7}\}^{\frac{3}{2}}$

$\{4^{\log_{2^2} 7^3}\} = 4^{\log_4 343} = 343$

Clave C

8 $10^x = 18 \Rightarrow x = \log 18$

$10^y = 12 \Rightarrow y = \log 12$

Luego: $x = \log 18 = \log 6 + \log 3$

$y = \log 12 = \log 6 + \log 2$

$x + y = 2\log 6 + \log 6$

$x + y = 3\log 6$

$\log 6 = \dfrac{x+y}{3}$

Clave B

9 $m = \log_{3^3} 4^4$ y $n = \log_{3^1} 4^2$

$m = \dfrac{4}{3}\log_3 4$ y $n = 2\log_3 4$

$\log_3 4 = \dfrac{n}{2}$

Luego: $m = \dfrac{4}{3}\left(\dfrac{n}{2}\right) = \dfrac{2}{3}n$

Clave D

10 $3^n = a \Rightarrow \log a = n\log 3$

$27^n = b \Rightarrow \log b = n\log 27$



Luego: $\log_b a = \dfrac{\log a}{\log b} = \dfrac{n\log 3}{n\log 27}$

$= \dfrac{\log 3}{3\log 3}$

$= \dfrac{1}{3}\log_3 3$

$\log_b a = 1/3$

Clave A

11 $m = \log_x 2 + \log_x 4 + \log_x 6 + \log_x x$

$m = \log_x 48x \Rightarrow x^m = 48x$

$n = \log_y 3 + \log_y 5 + \log_y 7 + \log_y y$

$n = \log_y 105y \Rightarrow y^n = 105y$

Luego: $\dfrac{48x}{105y} = \dfrac{2}{5}$

$\dfrac{x}{y} = \dfrac{7}{8} \Rightarrow \dfrac{y}{x} = \dfrac{8}{7}$

Clave B

12 $\dfrac{9^y}{3^x} = \dfrac{27^z}{9^y} \Rightarrow \dfrac{3^{2y}}{3^x} = \dfrac{3^{3z}}{3^{2y}}$

$3^{4y} = 3^{3z+x}$

$4y = 3z + x$

$3y + y = 3z + x$

$3\underbrace{(y - z)}_{2} = x - y$

$\therefore x - y = 6$

Clave B

13 $a = \log_3 x^2 \Rightarrow \log_3 x = \dfrac{a}{2}$

$b = \log_3 y^2 \Rightarrow \log_3 y = \dfrac{b}{2}$

Luego: $20\log_9 \sqrt[10]{\dfrac{x}{y}} = 20\log_9\left(\dfrac{x}{y}\right)^{\frac{1}{10}}$

$= \dfrac{20}{10}(\log_9 x - \log_9 y)$

$= 2(\log_{3^2} x - \log_{3^2} y)$

$= 2\left(\dfrac{1}{2}\log_3 x - \dfrac{1}{2}\log_3 y\right)$

$= \log_3 x - \log_3 y$

$= \dfrac{a}{2} - \dfrac{b}{2}$

Clave E

14 $\log_3\sqrt{ab} - \log_3 9 = -\dfrac{3}{2}$

$\log_3(ab)^{1/2} - 2 = -\dfrac{3}{2}$

$\dfrac{1}{2}\log_3(ab) = \dfrac{1}{2}$

$\log_3 a + \log_3 b = 1$

$\dfrac{1}{2} + \log_3 b = 1$

$\log_3 b = \dfrac{1}{2}$

$b = 3^{\frac{1}{2}}$

$b = \sqrt{3}$

Clave A

REFUERZA PRACTICANDO

NIVEL 1 (página 193)

1 Por propiedad:

$x = (81)^{3/4}$

$x = (3^4)^{3/4}$

$x = 3^{4\,.\,3/4}$

$\therefore x = 27$

Clave E

2 Por propiedad:

$(64)^{2/3} = (x^{3/2})^{2/3}$

$(2^6)^{2/3} = x^{3/2\,.\,2/3}$

$2^{6.2/3} = x^1$

$\therefore x = 16$

Clave A

3 Por propiedad:

$x = \log_{5^3} 5^2$

$x = \dfrac{2}{3}\log_5 5$

$x = \dfrac{2}{3}\,.\,1$

$\therefore x = 2/3$

Clave C

4 Resolviendo:

$\log_5 x = \log_5\left(\dfrac{15.20}{12}\right)$

$x = \dfrac{15.20}{12}$

$\therefore x = 25$

Clave B



5 $E = \log\left(\frac{30}{120}.400\right)$

$E = \log 10^2$

$E = 2\log 10$

$E = 2 . 1$

$\therefore E = 2$

Clave A

6 Resolviendo

$\log_4[2(3x + 2)] = 3$

$2(3x + 2) = 4^3$

$3x + 2 = \frac{64}{2}$

$3x + 2 = 32$

$x = \frac{32 - 2}{3}$

$\therefore x = 10$

Clave B

7 $E = \log_{12}\left(\frac{36 . 35 . 48}{15 . 28}\right)$

$E = \log_{12}(12^2)$

$E = 2\log_{12}12$

$E = 2 . 1$

$\therefore E = 2$

Clave E

8 Resolviendo:

$\log(x^3)^{1/2} + \log_{10^2}x = 2 ;\ x > 0$

$\log_{10}x^{3/2} + \log_{10}x^{1/2} = 2$

$\log(x^{3/2} . x^{1/2}) = 2$

$x^{\frac{3}{2}+\frac{1}{2}} = 10^2$

$x^2 = 10^2 ;\ x > 0$

$\therefore x = 10$

Clave C

NIVEL 2 (página 193)

9 Resolviendo:

$4x^2 - 19 = (2x - 1)^2$

$4x^2 - 19 = 4x^2 - 4x + 1$

$4x = 20$

$\therefore x = 5$

Clave D

10 Resolviendo:

$\log_2 x + \log_{2^2}x^2 = 4 \ ;\ x > 0$

$\log_2 x + \log_2 x = 4$

$\log_2(x . x) = 4$

$x^2 = 2^4$

$x^2 = 16 \ ;\ x > 0$

$\therefore x = 4$

Clave A

11 Resolviendo:

$\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{(5x - 7)^3}$

$3 = 5x - 7$

$10 = 5x$

$\therefore x = 2$

Clave B

12 Resolviendo:

$2\log(x - 7) = \log(x - 1)$

$\log(x - 7)^2 = \log(x - 1)$

$\Rightarrow (x - 7)^2 = x - 1$

$x^2 - 15x + 50 = 0$

$x \quad\quad -5$

$x \quad\quad -10$

$x - 5 = 0 \quad \vee \quad x - 10 = 0$

$x = 5 \quad \vee \quad x = 10$ ...(1)

Además se cumple que:

$x - 7 > 0 \quad \wedge \quad x - 1 > 0$

$x > 7 \quad \wedge \quad x > 1$

$\Rightarrow x > 7$ ...(2)

De (1) y (2) obtenemos el valor de x:

$\therefore x = 10$

Clave E

13 Resolviendo

$\log(16 - x^2) = 2\log(3x - 4)$

$\log(16 - x^2) = \log(3x - 4)^2$

$\Rightarrow 16 - x^2 = (3x - 4)^2$

$16 - x^2 = 9x^2 - 24x + 16$

$10x^2 - 24x = 0$

$5x^2 - 12x = 0$

$x(5x - 12) = 0$

$\Rightarrow x = 0 \vee x = \frac{12}{5}$ ...(1)

Además se cumple que:

$16 - x^2 > 0 \wedge 3x - 4 > 0$



$x^2 < 16 \qquad \wedge \qquad x > \frac{4}{3}$

$-\infty \quad -4 \quad 4 \quad +\infty \qquad\qquad -\infty \quad 1 \quad \frac{4}{3} \quad +\infty$

$\Rightarrow \frac{4}{3} < x < 4 \qquad$ ...(2)

De (1) y (2) obtenemos el valor de x:

$\therefore x = 12/5$

Clave C

14 Resolviendo

$\log_{5^2} 9 = \log_5(x^2 + 2x)$

$\log_5 \sqrt{9} = \log_5(x^2 + 2x)$

$\Rightarrow 3 = x^2 + 2x$

$x^2 + 2x - 3 = 0$

$x \qquad +3$

$x \qquad -1$

$x + 3 = 0 \quad \vee \quad x - 1 = 0$

$x = -3 \quad \vee \quad x = 1$

$\therefore x = \{-3; 1\}$

Clave A

15 $\log x^2 = \log(10 - 3x);\ x < 10/3$

$x^2 = 10 - 3x$

$x^2 + 3x - 10 = 0$

$x \qquad +5$

$x \qquad -2$

$x + 5 = 0 \quad \vee \quad x - 2 = 0\ ;\ x < 10/3$

$x = -5 \quad \vee \quad x = 2\ ;\ x < 10/3$

$\therefore x = \{-5; 2\}$

Clave E

16 $A = \log_5 25 + 3^2$

$A = \log_5 5^2 + 9$

$A = 2\log_5 5 + 9$

$A = 2 . 1 + 9$

$\therefore A = 11$

Clave B

NIVEL 3 (página 194)

17 $\frac{\log a}{\log 5} . \frac{\log 8}{\log 3} . \frac{\log 5}{\log 8} . \frac{\log x}{\log a} = 5$

$\frac{\log x}{\log 3} = 5$

$\log_3 x = 5$

$x = 3^5$

$\therefore x = 243$

Clave C

18 $\frac{\log x}{\log a} . \frac{\log a}{\log 2} = \log_{(x^2)^{\frac{1}{2}}} (x^4)^{\frac{1}{2}}$

$\frac{\log x}{\log 2} = \text{Log}_x x^2$

$\log_2 x = 2\log_x x$

$\log_2 x = 2 . 1$

$\therefore x = 2^2 = 4$

Clave C

19 Tomando logaritmo neperiano en ambas ecuaciones:

$\left.\begin{array}{l} a + b = \ln 18 \\ a - b = \ln 2 \end{array}\right\} +$

$2a = \ln 18 . 2$

$2a = \ln 6^2$

$2a = 2\ln 6$

$\therefore a = \ln 6$

Clave B

20 $\log_{5^{5^x}} = \log_5 2 \wedge \log_{7^{7^y}} = \log_7 3$

$x = \log_5 2 \wedge \log_7 3 = y$

Reemplazando:

$\log\left(\frac{\log_{5^2}}{\log_{5^4}}\right) + \log\left(\frac{\log_{7^3}}{\log_{7^9}}\right)$

$\log\left(\log_{4^2}\right) + \log\left(\log_{9^3}\right)$

$\log\left(\frac{1}{2}\right) + \log\left(\frac{1}{2}\right)$

$2\log\left(\frac{1}{2}\right) = -2\log 2$

Clave A

21 Datos: $\log 2 = a \ \wedge\ \log 3 = b$

Piden: $\log 60 = \log 2^2 . 3 . 5$

$= \log 2^2 + \log 3 + \log 5$

$= 2\log 2 + \log 3 + \log\frac{10}{2}$

$= 2a + b + \log 10 - \log 2$

$= 2a + b + 1 - a$

$\therefore \log 60 = a + b + 1$

Clave C



22 Reduciendo:

$$\log_n[\log_n n^{1/n}] = \log_n\left[\frac{1}{n}\mathrm{Log}_n\, n\right]$$

$$= \log_n\left(\frac{1}{n}\right)$$

$$= \log_n n^{-1}$$

$$= -1\log_n n$$

$\therefore$ Reduciendo obtenemos: – 1

Clave E

23 Resolviendo:

$$\left[\frac{b}{\frac{\log a}{\log x}}\right]^{\log_a x} = b^{2b}$$

$$\left[b\frac{\log x}{\log a}\right]^{\log_a x} = b^{2b} = (b\,.\,b)^b$$

Comparando obtenemos:

$b\log_a x = b^2$

$\log_a x = b \qquad \therefore x = a^b$

Clave A

24 Tomando logaritmo en base 10 a las ecuaciones dadas:

I. $(\log x)^2 = (\log y)^2$; como $x \neq y$

$\Rightarrow \log x = -\log y \Rightarrow x = \dfrac{1}{y}$ ... (1)

II. $\log(ax)\,.\,\log a = \log(by)\,.\,\log b$

$\log^2 a + \log x\,.\,\log a = \log^2 b + \log y.\log b$

Por (1):

$\log^2 a - \log y.\log a = \log^2 b + \log y\,.\,\log b$

$$\Rightarrow \log y = \frac{(\log a + \log b)(\log a - \log b)}{(\log a + \log b)} = \log\frac{a}{b}$$

$$\Rightarrow \left\{y = \frac{a}{b} \wedge x = \frac{b}{a}\right\}$$

$$\therefore x - y = \frac{b^2 - a^2}{ab}$$

Clave D

25 $\log_{mn} mn = \log_{mn} m + \log_{mn} n = 1$

$3 + \log_{m\,.\,n} n = 1$

$\Rightarrow \log_{mn} n = -2 \wedge \log_{nm} m = 3$

Reduciendo:

$$\log_{m\,n}\left(\frac{n^{\frac{3}{2}}}{m^{\frac{7}{3}}}\right) = \log_{mn} n^{3/2} - \log_{mn} m^{7/3}$$

$$= \frac{3}{2}\log_{mn} n - \frac{7}{3}\log_{mn} m$$

$$= \frac{3}{2}\,.\,(-2) - \frac{7}{3}\,(3)$$

$$= -3 - 7$$

$\therefore$ Reduciendo obtenemos: -10

Clave D

26 Por definición: $x^2 - 5x > 0$

$x(x - 5) > 0$



$x \in \langle -\infty; 0\rangle \cup \langle 5; +\infty\rangle$ ...(1)

Ahora como $\sqrt{6} > 1$ (base > 1)

$\Rightarrow x^2 - 5x > \sqrt{6}^{\,2}$

$\Rightarrow x^2 - 5x - 6 > 0$

$(x - 6)(x + 1) > 0$



$x \in \langle -\infty; -1\rangle \cup \langle 6; +\infty\rangle$ ...(2)

Intersecando (1) y (2) se obtiene la solución:

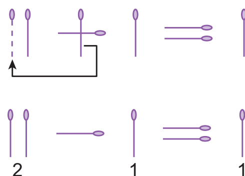
$\therefore (1) \cap (2)$: $x \in \langle -\infty; -1\rangle \cup \langle 6; +\infty\rangle$

Clave E

Cerillos

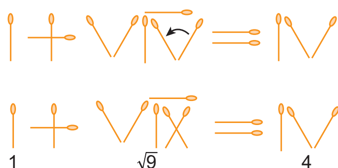
ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 200)

1 Se debe mover solo un cerillo.



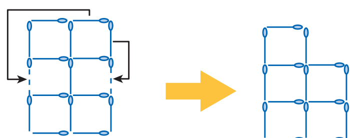
Clave A

2 Se debe mover un cerillo.



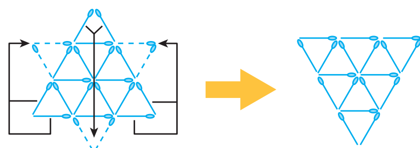
Clave E

3 Se deben mover 2 cerillos.



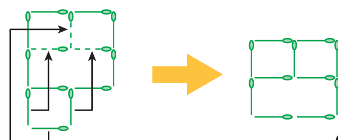
Clave B

4 Se deben mover 6 cerillos.



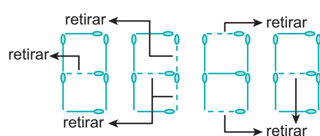
Clave C

5 Se debe mover 3 palitos.

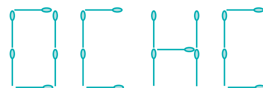


Clave C

6 Se deben retirar 7 cerillos.

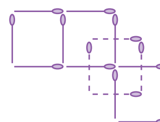


Finalmente se obtiene:



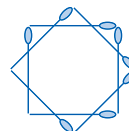
Clave B

7 Los cuadrados no necesariamente son del mismo tamaño, entonces se deben agregar 4 cerillos.



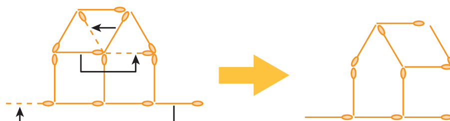
Clave D

8 Se pueden formar con 8 cerillos.



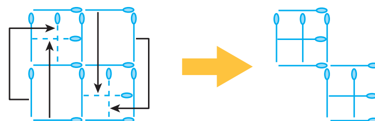
Clave E

9 Se deben mover 3 cerillos



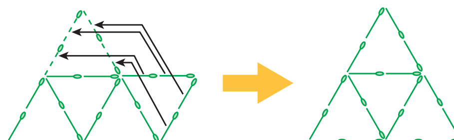
Clave A

10 Se deben mover 4 cerillos.



Clave B

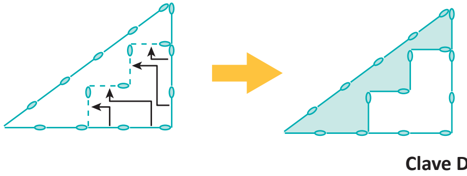
11 Se deben mover 4 cerillos.



Clave C



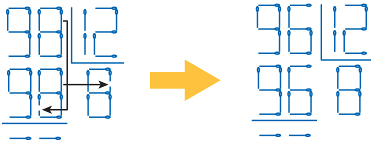
12 Se deben mover 4 cerillos.



Clave D

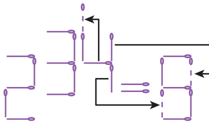
13 Debemos mover 2 cerillos.

Finalmente se obtiene:

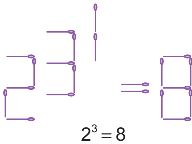


Clave E

14 Se deben mover 3 cerillos.



Finalmente se obtiene:

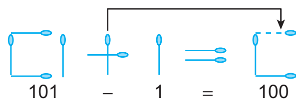


Clave C

REFUERZA PRACTICANDO

NIVEL 1 (página 202)

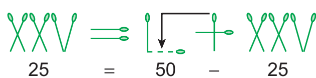
1 En la igualdad se observa que el primer sumando, no es un número, se podría pensar que es 99 en romanos, pero es incorrecto, entonces, de él moveremos los cerillos.



∴ Se moverán como mínimo 2 cerillos.

Clave B

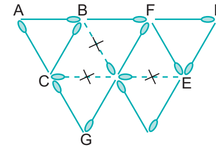
2



∴ Se cambia el cerillo E.

Clave E

3

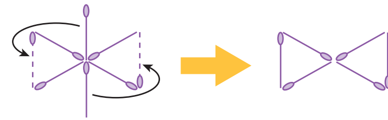


3 triángulos: ABC; FDE; AFG

∴ Retiramos 3 cerillos como mínimo.

Clave C

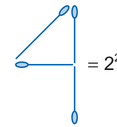
4



∴ Se moverá como mínimo dos cerillos.

Clave A

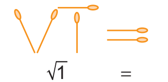
5



∴ Se moverá como mínimo un cerillo.

Clave E

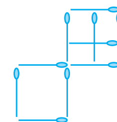
6



∴ Se moverá un cerillo.

Clave C

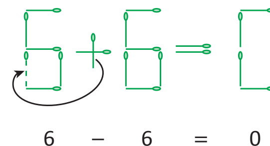
7



∴ Se deben mover 2 palitos para formar 6 cuadrados.

Clave C

8

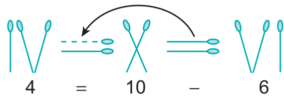


∴ Se debe mover un cerillo como mínimo.

Clave A



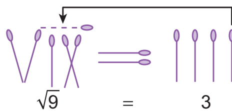
9



∴ Se debe mover un cerillo como mínimo.

Clave B

10

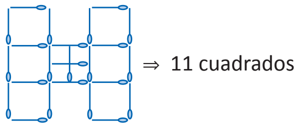


∴ Se mueve 1 cerillo.

Clave D

NIVEL 2 (página 203)

11



⇒ 11 cuadrados

∴ Se tienen que mover 2 cerillos.

Clave E

12

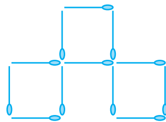


¡Ya no hay triángulos!

∴ Deben retirarse 4 cerillos como mínimo.

Clave C

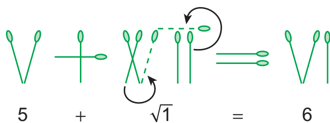
13



∴ Deben moverse 3 cerillos.

Clave D

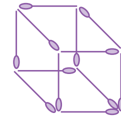
14



∴ Se moverán como mínimo 2 cerillos.

Clave E

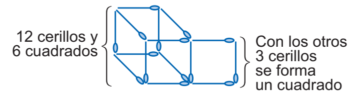
15 Se forma un cubo:



∴ Se forman 6 cuadrados iguales.

Clave E

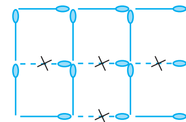
16 Formaremos un cubo:



∴ Total de cuadrados: 6 + 1 = 7

Clave C

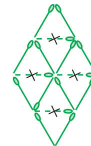
17



∴ Se deben retirar como mínimo 4 cerillos.

Clave D

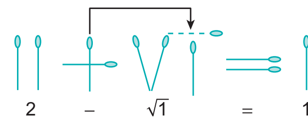
18



∴ Retiramos como mínimo 4 palitos.

Clave C

19

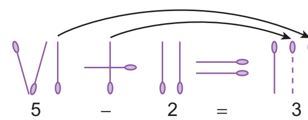


∴ Se moverá un cerillo.

Clave A

NIVEL 3 (página 204)

20

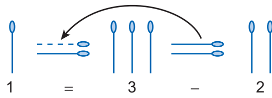


∴ Se moverán 2 cerillos.

Clave B



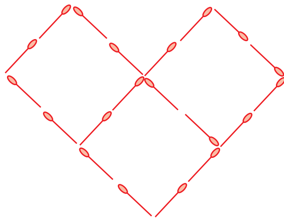
21



∴ Se moverá un cerillo.

Clave D

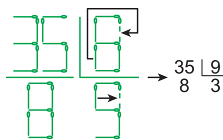
22 Debemos procurar que los lados de cada rombo tengan el mayor número de cerillos y que en lo posible no compartan lados a fin de retirar el mínimo de cerillos.



∴ Deben retirarse 14 cerillos.

Clave B

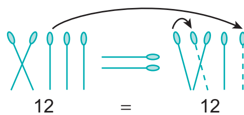
23



∴ Se moverán 2 palitos.

Clave E

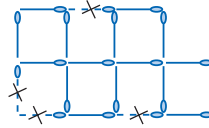
24



∴ Se moverán 2 palitos.

Clave C

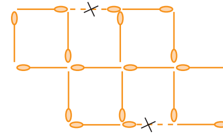
25



∴ Se quitarán 4 palitos.

Clave C

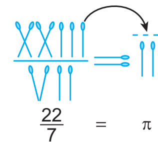
26



∴ Se quitarán 2 palitos.

Clave E

27 $\frac{22}{7} = \pi = 3{,}141$



∴ Se moverá un palito.

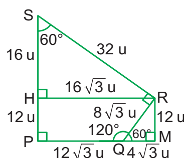
Clave C

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 215)

1 Prolongamos $\overline{PQ}$ para formar el ⊿QMR, notable de 30° y 60°.

$\Rightarrow$ QM = $4\sqrt{3}$ u; MR = 12 u

Trazamos el segmento $\overline{HR}$ // $\overline{PM}$, para formar el ⊿SHR, notable de 30° y 60°.



HR = $12\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 16\sqrt{3}$ u

$\Rightarrow$ SH = 16 u; RS = 32 u

Me piden:

PS + RS = (16 + 12) + (32)

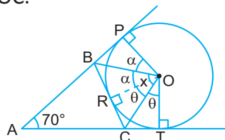
$\therefore$ PS + RS = 60 u

Clave C

2 Trazamos convenientemente, $\overline{OP}$ $\overline{OR}$ y $\overline{OT}$ para formar las bisectrices OB y OC.

$\Rightarrow \alpha + \theta = x$

En el ⏢PATO se cumple que:



70° + 90° + 90° + $\alpha + \alpha + \theta + \theta$ = 360°

$\alpha + \theta$ = 55°

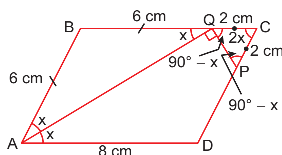
$\therefore$ x = 55°

Clave D

3 Datos: AB = CD = 6 cm

AD = BC = 8 cm

Por ángulos alternos internos: m∠QAD = m∠AQB = x



El ΔABQ es isósceles:

AB = BQ = 6 cm $\Rightarrow$ QC = 2 cm

El ΔQCP es isósceles:

QC = CP = 2 cm $\therefore$ PD = 6 – 2 = 4 cm

Clave B

4 El ΔMAP es isósceles:

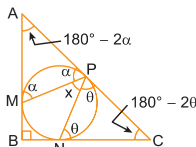
m∠AMP = m∠MPA = α

$\Rightarrow$ m∠MAP = 180° – 2α

El ΔNCP es isósceles:

m∠PNC = m∠NPC = θ

$\Rightarrow$ m∠NCP = 180° – 2θ



En el ⊿ABC se cumple que:

180° – 2α + 180° – 2θ = 90°

$\alpha + \theta$ = 135°

Finalmente en el punto de tangencia P observamos:

α + x + θ = 180°

x + 135° = 180°

$\therefore$ x = 45°

Clave B

5 Observamos que el ⏢TBPO es un cuadrado.

BP = r

$\Rightarrow$ PC = b – r

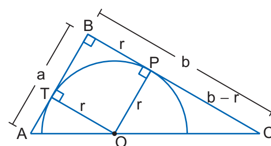
⊿OPC ~ ⊿ABC:

$$\frac{r}{a} = \frac{b-r}{b}$$

rb = ab – ra

rb + ra = ab

$$\therefore r = \frac{ab}{a+b}$$



Clave E

6 Si: m∠MBC = α

$\Rightarrow$ m∠BCM = 90° – α

Además: m∠BCM y m∠NCD son complementarios.

$\Rightarrow$ m∠NCD = α

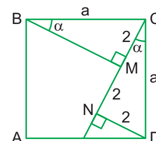
⊿BMC ≅ ⊿CND (Caso ALA):

$\Rightarrow$ MC = ND = 2 cm

Usamos Pitágoras en el ⊿CND:

$4^2 + 2^2 = a^2$

$\therefore$ a = $2\sqrt{5}$ cm



Clave E

7 Al ser un polígono equiángulo las medidas de sus ángulos internos (∠i) son iguales.

$$\Rightarrow m\angle i = \frac{180°}{n}(n-2) = \frac{180°}{6}(6-2)$$

m∠i = 120°

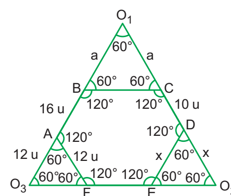
Luego: m∠e = 60°

Al prolongar los lados del polígono se forma un $\Delta O_1O_2O_3$ equilátero.

$\Rightarrow O_1O_2 = O_2O_3$

12 + 16 + a = x + 10 + a

$\therefore$ x = 18 u



Clave B



8 Sabemos: n.° D(n) = $\frac{n(n-3)}{2}$

n: número de lados del polígono.

Del enunciado tenemos:

n.° D(n + 1) = n.° D(n) + 6

$$\frac{(n+1)(n-2)}{2} = \frac{n(n-3)}{2} + 6$$

$$n = 7$$

$$\Rightarrow \text{ n.° D(n)} = \frac{7(7-3)}{2} = 14$$

Además:

n.° D(n − 1) = n.° D(n) − x

$$\frac{(n-1)(n-4)}{2} = 14 - x$$

$$\frac{(7-1)(7-4)}{2} = 14 - x$$

$$9 = 14 - x \qquad \therefore x = 5$$

Clave B

9 La figura es un pentágono regular (n = 5):

$$\Rightarrow \; m\angle i = \frac{180°}{n}(n-2) = \frac{180°}{5} \cdot 3$$

$$m\angle i = 108°$$

Los ΔABC y ΔBCD son isósceles y congruentes:

$\Rightarrow$ m∠BDC = m∠BAC = α

En el ΔBDC:

$$\alpha + \alpha + m\angle i = 180°$$

$$2\alpha + 108° = 180°$$

$$\alpha = 36°$$

En el ΔBOC:

$$\alpha + \alpha + x = 180°$$

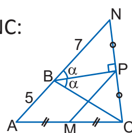
$$2 \cdot (36°) + x = 180° \qquad \therefore \; x = 108°$$

Clave A

10 Prolongamos $\overline{AB}$ y $\overline{CP}$ intersecándose en el punto N.
Observamos que el ΔNBC es isósceles.

$\Rightarrow$ BC = BN = 7 m

Además $\overline{PM}$ es base media del ΔANC:



$$\Rightarrow \; PM = \frac{AN}{2}$$

$$PM = \frac{5+7}{2} \qquad \therefore PM = 6 \text{ m}$$

Clave D

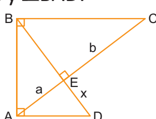
11 Relaciones métricas en el ◺ABC y ◺BAD:

$BE^2 = a \cdot b$ ...(1)

$AE^2 = x \cdot BE$

$a^2 = x \cdot BE$

$BE = \frac{a^2}{x}$ ...(2)



Reemplazando (2) en (1):

$$\left(\frac{a^2}{x}\right)^2 = a \cdot b$$

$$\therefore x = a \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{2}}$$

Clave E

12 Dato: AE = BD = a

El ΔABC es equilátero:

AB = BC = AC = a + b

$\Rightarrow$ EB = DC = b

ΔEBC ≅ ΔDCA (Caso LAL):

m∠ADC = m∠BEC = α

m∠DAC = m∠ECB = θ

En el ΔEBC:

$$\alpha + 60° + \theta = 180°$$

$$\alpha + \theta = 120°$$

En el ΔDPC:

$$x + \alpha + \theta = 180°$$

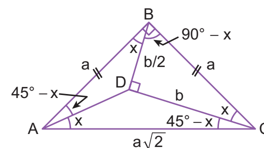
$$x + 120° = 180° \qquad \therefore x = 60°$$

Clave C

13 El ◺ABC es notable de 45°:

$\Rightarrow$ AB = BC = a

AC = $a\sqrt{2}$



m∠ABD + m∠DBC = 90°

x + m∠DBC = 90°

m∠DBC = 90° − x $\Rightarrow$ m∠BDC = 90°

ΔADB ∼ ΔCDA:

$$\frac{DC}{AD} = \frac{AD}{DB} = \frac{AC}{AB} = \frac{a\sqrt{2}}{a} = \sqrt{2}$$

Si: DC = b $\Rightarrow$ AD = $\frac{\sqrt{2}}{2}$b; DB = $\frac{1}{2}$b

En el ◺BDC la razón de catetos es de 1 a 2.

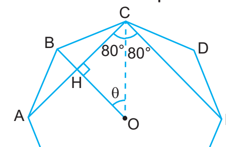
$$\therefore \; x = \frac{53°}{2}$$

Clave E

14 Conociendo la medida del ángulo central podemos hallar el n.° de lados del polígono regular.

Trazamos $\overline{OB}$, donde O es el centro del polígono, $\overline{OB}$ corta a $\overline{AC}$ en H, donde $\overline{OH}$ es el apotema.

Luego, $\overline{AC} \perp \overline{OB}$.





En el ◺CHO:

$80° + \theta = 90°$ θ: es el ángulo central

$\theta = 10°$

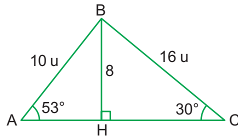
$\Rightarrow \theta = \dfrac{360°}{n} = 10°$ $\therefore n = 36$

Clave A

REFUERZA PRACTICANDO

NIVEL 1 (página 217)

1

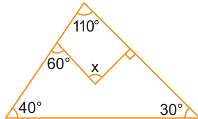


El ◺BHC es notable de 30° y 60°: BH = 8

El ◺AHB es notable de 53° y 37°: AB = 5(2) = 10 u

Clave E

2



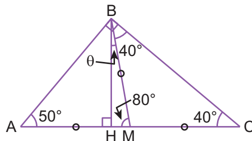
$x + 110° = 60° + 90°$

$x + 110° = 150°$

$x = 40°$

Clave D

3



En el ◺ABC: $\overline{BM}$ es mediana:

$\Rightarrow$ BM = AM = MC

m∠MBC = m∠MCB = 40°

En el ◺BHM:

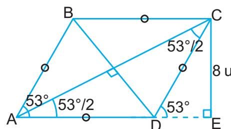
m∠HMB = 40° + 40° = 80°

$\Rightarrow \theta + 80° = 90°$

$\theta = 10°$

Clave A

4



El ◺CED es notable de 53° y 37°:

DE = 6; DC = 10

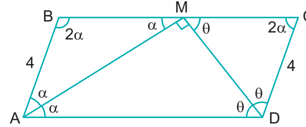
AD = DC = 10

Luego: AE = AD + DE

= 10 + 6 = 16 u

Clave C

5



En el ΔABM:

m∠BAM = m∠BMA = α

Entonces: AB = BM = 4 u

En el ΔMCD:

m∠CMD = m∠CDM = θ

Entonces MC = CD = 4 u

Luego:

BC = BM + MC = 4 + 4 = 8 u

Clave B

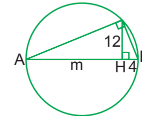
6 $MN = \dfrac{AD + BC}{2}$

$2x + 4 = \dfrac{12 + 8}{2}$

$2x + 4 = 10$

$2x = 6$; $x = 3$ u   **Clave E**

7



Por propiedad:

$12^2 = 4m$

$144 = 4m$

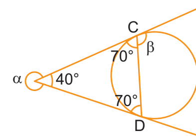
$m = 36$

$\Rightarrow AB = 36 + 4 = 40$

Finalmente: $r = \dfrac{40}{2} = 20$

Clave C

8



$\alpha + 40° = 360°$

$\alpha = 320°$

$\beta + 70° = 180°$

$\beta = 110°$

Luego:

$\alpha + \beta = 320° + 110° = 430°$

Clave D



9 T. Pitágoras: $AC^2 = 5^2 + 12^2$

$AC^2 = 169$

$AC = 13$

T. Poncelet: $AB + BC = AC + 2R$

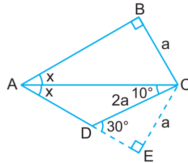
$5 + 12 = 13 + 2R$

$4 = 2R$

$R = 2$ u

Clave C

10



En el ⊿CED notable de 30° y 60°:

$m\angle CDE = 30°$

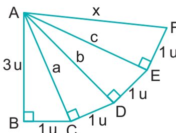
En el ΔACD: $x + 10 = 30°$

$x = 20°$

Clave A

NIVEL 2 (página 218)

11



En el ⊿ABC: $a^2 = 3^2 + 1^2$

$a = \sqrt{10}$

En el ⊿ACD: $b^2 = a^2 + 1^2$

$b^2 = \sqrt{10}^2 + 1$

$\Rightarrow b = \sqrt{11}$

En el ⊿ADE: $c^2 = b^2 + 1^2$

$c^2 = \sqrt{11}^2 + 1$

$\Rightarrow c = \sqrt{12}$

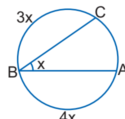
En el ⊿AEF: $x^2 = c^2 + 1^2$

$x^2 = \sqrt{12}^2 + 1$

$\Rightarrow x = \sqrt{13}$

Clave B

12



Del gráfico:

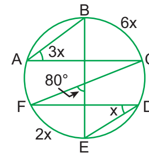
$2x + 3x + 4x = 360°$

$9x = 360°$

$x = 40°$

Clave E

13



Por ángulo interior:

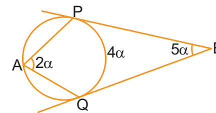
$80° = \dfrac{2x + 6x}{2}$

$80° = 4x$

$x = 20°$

Clave E

14



$4\alpha + 5\alpha = 180°$

$9\alpha = 180°$

$\alpha = 20°$

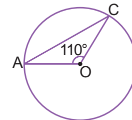
Clave D

15

Del gráfico:

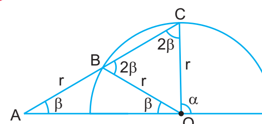
$AO = OC = r$

$\Rightarrow m\angle CAO = m\angle OCA = 35°$



Clave B

16 $AB = r$



O: Centro de la semicircunferencia

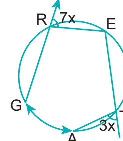
El ΔABO es isósceles $\Rightarrow m\angle AOB = m\angle BAO = \beta$

Del gráfico: $\beta + 2\beta = \alpha$

$\alpha = 3\beta$

Clave B

17



Dato: $m\overset{\frown}{GA} = 80°$

Ángulo exinscrito

$m\overset{\frown}{ETA} = 6x$

$m\overset{\frown}{ERG} = 14x$

$m\overset{\frown}{GA} = 80°$

$\Rightarrow$ De la circunferencia: $6x + 14x + 80° = 360°$

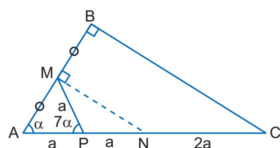
$20x = 280°$

$\therefore x = 14°$

Clave E



18



Del gráfico:

$\overline{MN} // \overline{BC} \Rightarrow PN = a$

Luego en el ⊿AMN: $\overline{MP}$ es mediana:

$\Rightarrow MP = a$

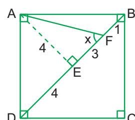
El ΔAMP es isósceles: $m\angle AMP = \alpha$

$\Rightarrow \alpha + \alpha + 7\alpha = 180°$

$\therefore \alpha = 20°$

Clave C

19



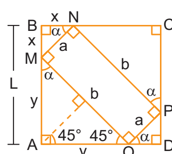
El ⊿AEF es notable de 37° y 53°.

$\tan x = \dfrac{4}{3}$

$\therefore x = 53°$

Clave B

20



□ABCD es un cuadrado.

□MNPQ es un rectángulo.

Del gráfico:

$x = \dfrac{a}{\sqrt{2}} \quad \wedge \quad y = \dfrac{b}{\sqrt{2}}$

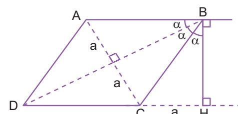
Luego: $L = x + y$

$\therefore L = \dfrac{(a+b)}{\sqrt{2}}$

Clave A

NIVEL 3 (página 219)

21



Del gráfico:

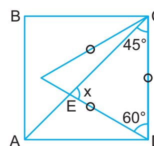
$\alpha + \alpha + \alpha = 90°$

$\alpha = 30°$

$\therefore m\angle ABC = 60°$

Clave D

22



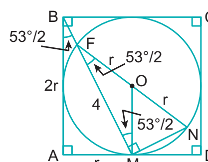
En el ΔECD:

$x + 45° + 60° = 180°$

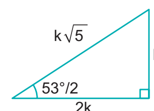
$x = 75°$

Clave C

23



Recordando:



$\overline{AB} // \overline{OM}$: $m\angle FMO = 53°/2$

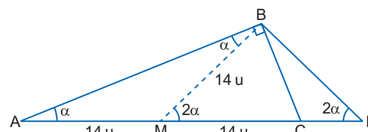
Luego: $MN = 2 \Rightarrow 2r = 2\sqrt{5}$

La longitud de la circunferencia es:

$2\pi r = 2\sqrt{5}\,\pi$

Clave C

24



Trazamos la mediana $\overline{BM}$ en el ⊿ABC

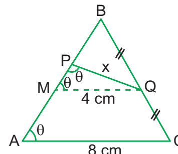
$\Rightarrow AM = MB$

Además el ΔMBF es isósceles: $BF = BM$

$\therefore x = 14$ u

Clave D

25



Se traza $\overline{MQ} // \overline{AC}$

$\Rightarrow m\angle PMQ = \theta$

$MQ = \dfrac{AC}{2} = 4$ cm

El ΔMPQ es isósceles

$\Rightarrow PQ = MQ$

$\therefore x = 4$ cm

Clave A

26

Por teoría:

$R(R + x) = (5 - R)(5 + R)$

$R^2 + Rx = 25 - R^2$

$Rx = 25 - 2R^2$

$\therefore x = \dfrac{25 - 2R^2}{R}$

Clave B

27 Dato: $r = 3$ cm

Del gráfico: $AM = AN$

$b + r + R = b + R - r + x + x$

$x = r$

$\therefore x = 3$ cm

Clave C

28

Por ángulos conjugados internos:

$\alpha + \beta = 180°$

$\beta = \dfrac{180°(5-2)}{5}$

$\beta = 108°$

$\Rightarrow \alpha + 108° = 180°$

$\therefore \alpha = 72°$

Clave E

29

Recordar:

Del gráfico aplicando sen54°:

$\dfrac{\frac{d}{2}}{2} = \dfrac{\sqrt{5}+1}{4}$ $\qquad \therefore d = (\sqrt{5} + 1)$ cm

Clave E

30 Aplicando el teorema de Pitágoras en el ⊿CGB:

$a^2 = 4m^2 + 4h^2$ ...(1)

En los triángulos CGN y BCN:

$\dfrac{b^2}{4} = m^2 + 4h^2$ ...(2)

$9m^2 = a^2 + \dfrac{b^2}{4}$ ...(3)

Restando (1) y (2):

$a^2 - \dfrac{b^2}{4} = 3m^2$ ...(α)

Igualando (3) y 3(α):

$3a^2 - \dfrac{3}{4}b^2 = a^2 + \dfrac{b^2}{4}$

$2a^2 = b^2$

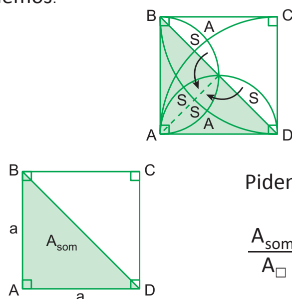
$a = \dfrac{b}{\sqrt{2}}$

$a = \dfrac{b\sqrt{2}}{2}$

Clave E

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 227)

1 El gráfico presenta simetría, usando como eje de simetría la diagonal $\overline{BD}$, y trasladando áreas tenemos:

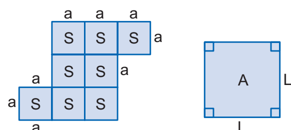


Piden:

$$\frac{A_{som.}}{A_{\square}} = \frac{\frac{a^2}{2}}{a^2} = \frac{1}{2}$$

Clave B

2



Se cumple: $8S = A$

$8(a^2) = L^2$

$8a^2 = L^2$ ...(1)

También: $4a = x$

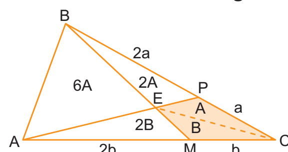
$a = \frac{x}{4}$ ...(2)

Reemplazando (2) en (1):

$L^2 = 8\left(\frac{x}{4}\right)^2 = 8\left(\frac{x^2}{16}\right) = \frac{x^2}{2}$ $\therefore L = \frac{x\sqrt{2}}{2}$

Clave D

3 Por relación de áreas en el triángulo:



En el gráfico se observa:

$8A = 2(3B + A)$

$8A = 6B + 2A$

$6A = 6B \Rightarrow A = B$

Por dato: $\underbrace{\text{área sombreada}}_{(A + B)} = 20\ m^2$

$(A + B) = 20\ m^2$

Pero: $A = B \Rightarrow A = B = 10$

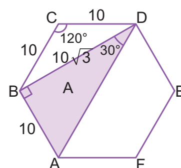
Piden: $A_{\Delta ABC} = 6A + 2B + 2A + A + B$

$= 9A + 3B = 9A + 3(A) = 12A$

$\Rightarrow A_{\Delta ABC} = 12A = 12(10)$ $\therefore A_{\Delta ABC} = 120\ m^2$

Clave B

4

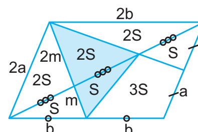


$\Rightarrow A = \frac{10 \times 10\sqrt{3}}{2}$

$A = 50\sqrt{3}\ cm^2$

Clave C

5



Por dato: $\underbrace{A_{\square}}_{12S} = 24\ m^2$

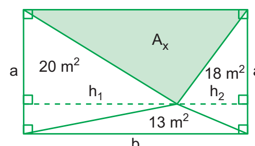
$12S = 24 \Rightarrow S = 2$

Piden el área sombreada:

$3S = 3(2) = 6\ m^2$

Clave D

6



Del gráfico:

$\frac{a \times h_1}{2} = 20 \Rightarrow a \times h_1 = 40$

$\frac{a \times h_2}{2} = 18 \Rightarrow a \times h_2 = 36$ (+)

$a(h_1 + h_2) = 40 + 36$

$a(b) = 76$

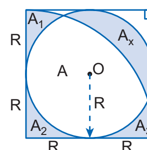
Pero: $(a \times b)$ es el área del rectángulo y entonces:

$20 + 13 + 18 + A_x = 76$

$51 + A_x = 76$ $\therefore A_x = 25\ m^2$

Clave C

7 Por dato: $A_1 + A_2 + A_3 = 25\ m^2$



Del gráfico:

$A + A_1 + A_2 + A_3 = \frac{\pi(2R)^2}{4} = \pi R^2$ ...(1)

$A + A_x = \pi R^2$ ...(2)

De (1) y (2):

$A + A_x = A + A_1 + A_2 + A_3$

$A_x = A_1 + A_2 + A_3$

$\therefore A_x = 25\ m^2$

Clave B

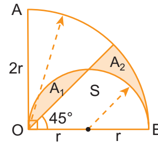


8 Del gráfico:

$$S + A_1 = \frac{\pi r^2}{2}$$

$$S + A_2 = \frac{45°.\ \pi(2r)^2}{360°}$$

$$\Rightarrow S + A_2 = \frac{\pi r^2}{2}$$

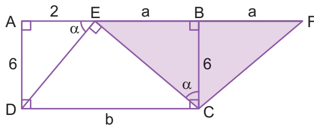


$\Rightarrow S + A_1 = S + A_2$

$A_1 = A_2 \qquad \therefore A_1 = 4\ cm^2$

Clave B

9

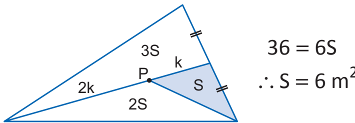


$\triangle EAD \sim \triangle CBE$

$$\frac{6}{a} = \frac{2}{6} \Rightarrow a = 18 \qquad \therefore A_{\triangle ECF} = \frac{2(18) \times 6}{2} = 108\ cm^2$$

Clave B

10

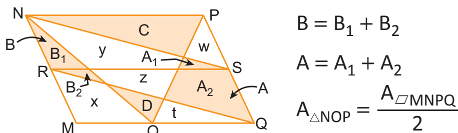


$36 = 6S$

$\therefore S = 6\ m^2$

Clave E

11



$B = B_1 + B_2$

$A = A_1 + A_2$

$$A_{\triangle NOP} = \frac{A_{\square MNPQ}}{2}$$

Resolviendo:

$C + y + z + D = B + x + w + A + t \qquad ...(1)$

$A_{\triangle NPS} = A_{\triangle NRS}$

$C + w = B_1 + y + A_1 \qquad ...(2)$

$A_{\triangle RMQ} = A_{\triangle RSQ}$

$x + D + t = B_2 + z + A_2 \qquad ...(3)$

Sumando (2) y (3):

$C + D + x + w + t = B + A + z + y \qquad ...(4)$

Sumando (1) y (4):

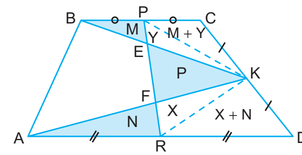
$2C + 2D + x + w + t + y + z = 2B + 2A + z + y + w + x + t$

$2C + 2D = 2B + 2A \Rightarrow D = B + A - C$

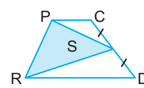
$\therefore D = 2 + 8 - 9 = 1\ m^2$

Clave B

12 Por relación de áreas en el triángulo:



Sabemos:



Como PCDR también es un trapecio:

$$\Rightarrow S = \frac{A_{total}}{2}$$

Del gráfico:

$$X + Y + P = \frac{2Y + 2X + M + N + P}{2}$$

$2X + 2Y + 2P = 2Y + 2X + M + N + P$

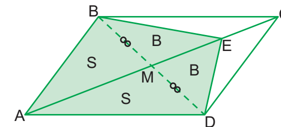
$P = M + N$

Por dato: $M = 12\ m^2 \wedge N = 18\ m^2$

$\therefore\ P = 12 + 18 = 30\ m^2$

Clave E

13



Trazamos la diagonal ($\overline{BD}$), entonces M es punto medio de $\overline{BD}$.

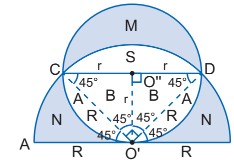
Por relación de áreas: $A_{\triangle ABM} = A_{\triangle AMD} = S$

Además: $A_{\triangle BEM} = A_{\triangle EMD} = B$

$$\text{Piden: } \frac{A_1}{A_2} = \frac{S + B}{S + B} = 1$$

Clave C

14



Vemos que el CO'D es notable de 45°:

$$\Rightarrow R = r\sqrt{2}\ ;\ r = \frac{\sqrt{2}\,R}{2}$$

$x + y = 2R$ (dato)

$$R = \frac{x + y}{2}$$

Del gráfico:

$$M + S = \frac{\pi r^2}{2}\ ;\ \text{pero } S = \frac{\pi R^2}{4} - \frac{R^2}{2}$$

$$M = \frac{\pi}{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}R\right)^2 - \frac{\pi R^2}{4} + \frac{R^2}{2} \Rightarrow M = \frac{R^2}{2}$$



$$N + A = \frac{45°R^2\pi}{360°} = \frac{\pi R^2}{8} \text{ ; pero } A = \frac{\pi r^2}{4} - \frac{r^2}{2}$$

$$N = \frac{\pi R^2}{8} - \frac{\pi}{4}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}R\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}R\right)^2 \cdot \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 2N = \frac{R^2}{2}$$

Nos piden:

$$M + 2N = \frac{R^2}{2} + \frac{R^2}{2} = R^2 = \left(\frac{x+y}{2}\right)^2 = \frac{(x+y)^2}{4}$$

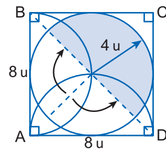
$$\therefore M + 2N = \frac{(x+y)^2}{4}$$

Clave C

REFUERZA PRACTICANDO

NIVEL 1 (página 229)

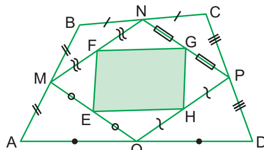
1



$$A_S = \frac{\pi \cdot 4}{2} = 8\pi \ u^2$$

Clave E

2

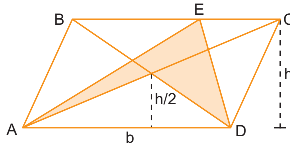


$$A_S = \frac{A_{\square MNPQ}}{2} \text{ y } A_{\square MNPQ} = \frac{A_{\square ABCD}}{2}$$

$$\text{Entonces: } A_S = \frac{A_{\square ABCD}}{4} = \frac{64}{4} = 16 \ m^2$$

Clave C

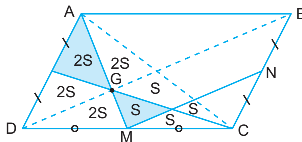
3



$$\frac{A_S}{A_{Total}} = \frac{\frac{b}{2} \cdot \frac{h}{2}}{b \cdot h} = \frac{\frac{b \cdot h}{4}}{b \cdot h} = \frac{1}{4}$$

Clave B

4



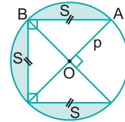
$$Á_{\square ABCD} = 480 \ m^2$$

G: Baricentro del ΔDAC

Del gráfico: $12S = \dfrac{480}{2}$ $\quad \therefore 3S = 60 \ m^2$

Clave D

5 Del gráfico:



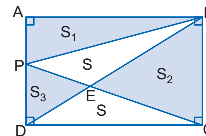
$$S = A_{\triangle BOA} - A_{\triangle BOA}$$

$$S = \frac{\pi p^2}{4} - \frac{p^2}{2} = \frac{p^2}{2}\left(\frac{\pi}{2} - 1\right)$$

$$\therefore 3S = \frac{3}{2}p^2\left(\frac{\pi}{2} - 1\right)$$

Clave D

6



Del gráfico: DPBC es un trapecio.
Por relación de áreas en el trapecio:
$A_{\Delta DEC} = A_{\Delta PEB} = S$
Como ABCD es un rectángulo, entonces:

$$A_{\triangle DAB} = A_{\triangle BCD}$$

$$S_1 + S_3 + S = S + S_2$$

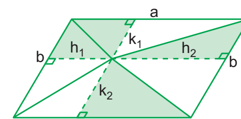
$$S_3 = S_2 - S_1$$

Por dato:

$S_2 = 21 \ m^2 \wedge S_1 = 12 \ m^2$ $\quad \therefore S_3 = 21 - 12 = 9 \ m^2$

Clave C

7



Del gráfico:

$$A = \frac{b \cdot h_1}{2} \ \wedge \ B = \frac{b \cdot h_2}{2}$$

$$A + B = b\left(\frac{h_1 + h_2}{2}\right) = \frac{ba}{2} \quad ...(I)$$

$$\text{También: } A_S = \frac{ak_1}{2} + \frac{ak_2}{2} = a\left(\frac{k_1 + k_2}{2}\right) = \frac{a \cdot b}{2} \quad ...(II)$$

De (I) y (II): $A_S = A + B$

Clave E

8 Del gráfico:

C 4 cm D; 4 cm; B O 2 60° 120° E; $2\sqrt{3}$; 4 cm; 4; 4; 30°; A 4 F

$$A_{NS} = A_{\square ABOF} + A_{\Delta ODF}$$

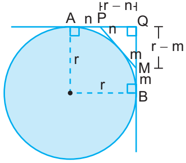
$$= 4 \cdot 2\sqrt{3} + \frac{4\sqrt{3}(2)}{2}$$

$$= 8\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 12\sqrt{3} \ cm^2$$

Clave B



9



Dato: $2p_{\triangle PQM} = 14$

$r - n + r - m + m + n = 14$

$r = 7\ m$

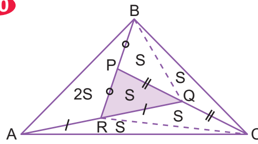
$A_{\bigcirc} = \pi r^2 = \pi 7^2$

$\therefore\ A_{\bigcirc} = 49\pi\ m^2$

Clave C

NIVEL 2 (página 230)

10



Dato:

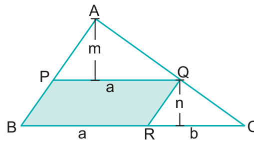
$A_{\Delta ABC} = 28\ m^2$

$7S = 28\ m^2$

$\therefore\ S = 4\ m^2$

Clave E

11



Piden: $S = a\ .\ n$

Dato: $\left(\dfrac{a\ .\ m}{2}\right) = 72\ m^2 \ \Rightarrow\ am = 144\ m^2$ ...(1)

$\dfrac{n\ .\ b}{2} = 50\ m^2 \ \Rightarrow\ nb = 100\ m^2$ ...(2)

Además: $\overline{PQ}\ //\ \overline{BC}\ \Rightarrow\ \dfrac{m}{m+n} = \dfrac{a}{a+b}$

$m\ .\ a + mb = am + an$

$mb = an = S$

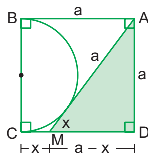
Multiplicando (1) por (2):

$a\ .\ m\ .\ n\ .\ b = 144\ .\ 100$

$S^2 = 12^2\ .\ 10^2 \qquad \therefore\ S = 120\ m^2$

Clave D

12



Teorema de Pitágoras en el $\triangle$ADM:

$(a - x)^2 + a^2 = (x + a)^2$

$a^2 + x^2 - 2ax + a^2 = x^2 + a^2 + 2ax$

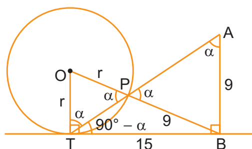
$x = \dfrac{a}{4}$

$A_{\triangle ADM} = \dfrac{(a - x)(a)}{2} = \left(a - \dfrac{a}{4}\right)(a)$

$\therefore\ A_{\triangle ADM} = \dfrac{3}{8}a^2$

Clave C

13



Del gráfico: el ΔADP es isósceles $\Rightarrow$ PB = 9

Teorema de Pitágoras en $\triangle$OTB:

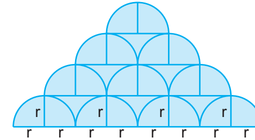
$r^2 + 15^2 = (r + 9)^2$

$r = 8\ m$

$\Rightarrow A_{\triangle OTB} = \dfrac{r\ .\ 15}{2} = \dfrac{8\ .\ 15}{2} \qquad \therefore\ A_{\triangle OTB} = 60\ m^2$

Clave C

14



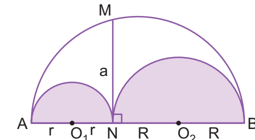
El área de la región sombreada es equivalente a calcular cuatro veces el área de un semicírculo y seis veces el área de una región rectangular, es decir:

$$\text{Área sombreada} = 4\ .\ \frac{\pi(r)^2}{2} + 6(2r)(r)$$

$$= 2\pi r^2 + 12r^2 = r^2(2\pi + 12)$$

Clave E

15



Sabemos por relaciones métricas en el triangulo rectangulo:

$a^2 = 2r\ .\ 2R \ \Rightarrow\ \dfrac{a^2}{4} = Rr$

El área no sombreada será: A_x

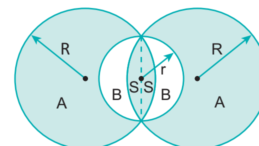
$$A_x = \frac{\pi(R + r)^2}{2} - \frac{\pi r^2}{2} - \frac{\pi R^2}{2}$$

$$A_x = \frac{\pi}{2}(R^2 + 2Rr + r^2 - r^2 - R^2) = \frac{\pi}{2}(2Rr)$$

$$\therefore\ A_x = \pi Rr = \pi\left(\frac{a^2}{4}\right) = a^2\frac{\pi}{4}\ m^2$$

Clave B

16 La figura presenta simetría:



Del gráfico:

$2S + B + A = \pi R^2$ ...(1)

$2B + 2S = \pi r^2$

$B + S = \dfrac{\pi r^2}{2}$ ...(2)



Reemplazando (2) en (1):

$$S + A + \frac{\pi r^2}{2} = \pi R^2$$

$$S + A = \pi R^2 - \frac{\pi r^2}{2}$$

Por dato: $R = 7 \wedge r = 4$

$$S + A = \pi(7)^2 - \frac{\pi(4)^2}{2} = 41\pi\ m^2$$

Piden el área sombreada: $2(A + S)$

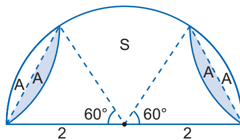
$\therefore 2(S + A) = 2(41\pi) = 82\pi\ m^2$ **Clave D**

17 Área de un hexágono regular: $\frac{3}{2}a^2\sqrt{3}$ (donde a es la longitud de su lado).

$$\Rightarrow \frac{3}{2}a^2\sqrt{3} = 24\sqrt{3} \text{ (dato)}$$

$$a^2 = 16 \Rightarrow a = 4$$

Analizamos una parte (la semicircunferencia inferior del hexágono) dado que la figura presenta simetría:



$$\Rightarrow A = A_{\triangle} - A_{\Delta} = \frac{60°(2)^2\pi}{360°} - \frac{2^2\sqrt{3}}{4}$$

$$A = \frac{2\pi}{3} - \sqrt{3}$$

Además:

$$\Rightarrow S + 4A = \frac{\pi(2)^2}{2}$$

$$S + 4\left(\frac{2\pi}{3} - \sqrt{3}\right) = 2\pi \Rightarrow S = 4\sqrt{3} - \frac{2\pi}{3}$$

Luego, el área no sombreada será: 6S

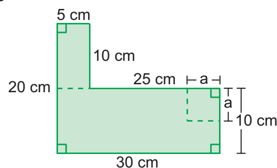
$$A_{somb.} + A_{no\ somb.} = A_{total}$$

$$A_{somb.} + 6S = 24\sqrt{3}$$

$$A_{somb.} + 6\left(4\sqrt{3} - 2\frac{\pi}{3}\right) = 24\sqrt{3}$$

$\therefore A_{somb.} = 4\pi\ m^2$ **Clave B**

18 De la figura:



Sea a el valor del lado de la loseta.
Nos piden la menor cantidad de losetas cuadradas, entonces:

$a = MCD(20; 5; 10; 25; 30) = 5$

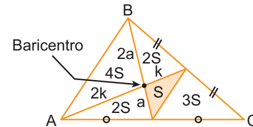
Cantidad de losetas

$$= \frac{\text{Área total}}{\text{Área de cada loseta}} = \frac{30 \times 10 + 10 \times 5}{5 \times 5} = \frac{350}{25} = 14$$

Clave E

NIVEL 3 (página 231)

19

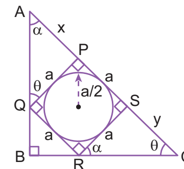


$12S = 48$

$S = \frac{48}{12} \Rightarrow S = 4\ m^2$

Clave D

20



Del gráfico: $\triangle APQ \sim \triangle RSC$:

$$\frac{x}{a} = \frac{a}{y}$$

$a^2 = xy$ ...(1)

$A_{\odot} = \pi\left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{\pi a^2}{4}$ ...(2)

Reemplazando (1) en (2):

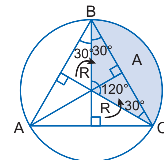
$$A_{\odot} = \frac{\pi xy}{4}\ cm^2$$

Clave A

21

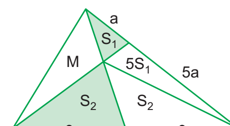
$$\frac{A_S}{A_{\odot}} = \frac{\frac{120° . \pi . R^2}{360°}}{\pi . R^2}$$

$$\frac{A_S}{A_{\odot}} = \frac{\frac{\pi}{3}R^2}{\pi . R^2} = \frac{A_S}{A_{\odot}} = \frac{1}{3}$$



Clave B

22



$$M + S_2 = 6S_1 + S_2 \Rightarrow M = 6S_1$$

$$\frac{M + S_1}{2S_2 + 5S_1} = \frac{a}{5a} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{6S_1 + S_1}{2S_2 + 5S_1} = \frac{1}{5} \Rightarrow \begin{matrix} 35S_1 = 2S_2 + 5S_1 \\ 30S_1 = 2S_2 \end{matrix}$$

$$\therefore \frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{15}$$

Clave B

23

Del dato:

$24A + 24B = 48$

$\Rightarrow A + B = 2\ m^2$

$A_{sombreada} = 5(A + B) = 10\ m^2$

Clave C

24

Del gráfico:

$3S = \dfrac{(x + a)}{2} b$ ...(1)

$2S = \dfrac{(x + a)}{2} b$ ...(2)

Dividiendo (1) y (2):

$$\frac{3}{2} = \frac{\frac{(x + a)\,b}{2}}{\frac{(a - x)\,b}{2}}$$

$$\frac{3}{2} = \frac{x + a}{x - a}$$

$$\therefore x = \frac{a}{5}$$

Clave E

25

$$A = \frac{1\,.\,8}{2} + \frac{2\,.\,8}{2} + \frac{3\,.\,8}{2} + \ldots \frac{(2n - 1)\,.\,8}{2}$$

$$A = \frac{8}{2}[1 + 2 + 3 + \ldots\ 2n - 1]$$

$$A = \frac{8}{2}\ [n^2]$$

$$\therefore A = 4n^2\ u^2$$

Clave B

26

$S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2}\ell(1 + 2 + 3)$

$S_{\Delta ABC} = 3\ell$ ...(1)

Además: $S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{4}\ell^2\sqrt{3}$ ...(2)

Igualando (1) y (2):

$3\ell = \dfrac{1}{4}\ell^2\sqrt{3}$

$\ell = 4\sqrt{3}$

Reemplazando en (1) o (2): $S_{\Delta ABC} = 12\sqrt{3}\ u^2$

Clave A

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 238)

1

$$\frac{n!(n!-3)}{n!+4}=18$$

$$(n!)^2-3(n!)=18(n!)+72$$

$$(n!)^2-21(n!)-72=0$$

$$(n!-24)(n!+3)=0$$

$$n!=24 \vee n!=-3$$

$$\Rightarrow n=4$$

$$\therefore K=\sqrt{n^2+3n+7}=\sqrt{35}$$

Clave D

2

$$\frac{C_2^x+C_3^{x+1}}{C_4^{x+2}}=\frac{7}{5}$$

$$\frac{C_2^x+\frac{x+1}{3}C_2^x}{\frac{(x+2)(x+1)}{12}C_2^x}=\frac{7}{5}$$

$$\frac{\frac{x+4}{3}}{\frac{x^2+3x+2}{12}}=\frac{7}{5}$$

$$0=7x^2+x-66$$

$$\Rightarrow x_1=3 \vee x_2=-\frac{22}{7}$$

Pero: $x>0$ $\therefore x=3$

Clave C

3

$$x\left[\frac{x!+2(x-1)!}{x!+(x+1)!}\right]=x!-23$$

$$x\left[\frac{x(x-1)!+2(x-1)!}{x(x-1)!+(x+1)(x)(x-1)!}\right]=x!-23$$

$$\frac{x(x+2)}{x+x(x+1)}=x!-23$$

$$x!-23=1$$

$$x!=24$$

$$\therefore x=4$$

Clave C

4 $K=C_0^n+\frac{C_1^n}{2}+\frac{C_2^n}{3}+\frac{C_3^n}{4}+...+\frac{C_n^n}{n+1}$

Multiplicando por $(n+1)$ miembro a miembro:

$$K(n+1)=\frac{n+1}{1}C_0^n+\frac{n+1}{2}C_1^n+\frac{n+1}{3}C_2^n+ ... +\frac{n+1}{n+1}C_n^n$$

De la fórmula de degradación:

$$\frac{n+1}{k}C_{k-1}^n=C_k^{n+1}$$

$$\Rightarrow K(n+1)=C_1^{n+1}+C_2^{n+1}+C_3^{n+1}+...+C_{n+1}^{n+1}$$

Sumando 1 en ambos miembros:

$$K(n+1)+1=1+C_1^{n+1}+C_2^{n+1}+C_3^{n+1}+...+C_{n+1}^{n+1}$$

$$K(n+1)+1=C_0^{n+1}+C_1^{n+1}+C_2^{n+1}+C_3^{n+1}+...+C_{n+1}^{n+1}$$

$$K(n+1)+1=2^{n+1}$$

$$K=\frac{2^{n+1}-1}{n+1}$$

Clave D

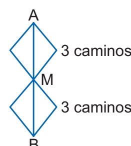
5 Las maneras diferentes de escoger una falda son 3 y una blusa, 4. Entonces el número de maneras diferentes que Juana puede vestirse utilizando una de las faldas y una de las blusas es:

$3\times4=12$

Por lo tanto, existen 12 maneras.

Clave E

6 Para ir de A hacia B, tenemos que pasar por M.



Existen:
$3\times3=9$ maneras diferentes para ir de A hacia B.

Clave C

7 a) patos ↓ 15 × gansos ↓ 8 = 120 maneras

b) Como la elección anterior ya fue efectuada quedan:

patos ↓ 14 × gansos ↓ 7 = 98 maneras

Clave B

8 T se repite 2 veces.
R se repite 3 veces.
Solo hay una letra S.

T R S EEE ⇒ Se toma como una letra
↓ ↓ ↓ ↓
2 3 1 1 = 7 letras

$$P_{2;3;1;1}^7=\frac{7!}{2!.3!.1!.1!}$$

$$=\frac{7\times6\times5\times4\times3\times2\times1}{2\,.\,3!}=420$$

Clave D

9 Se tiene:

S se repite dos veces.

U se repite dos veces.

R se repite dos veces.

Solo hay una letra O.

$$P_{2;2;2;1}^7=\frac{7!}{2!\times2!\times2!\times1!}$$



$$P^{7}_{2;2;2;1} = \frac{7\times6\times5\times4\times3\times2!}{2\times2\times2!} = 630$$

Clave B

10 Betty y Walter se comportan como un elemento. Tenemos una permutación circular de 5 elementos: n.° arreglos circulares es:

$$\underbrace{P(2)}_{\text{Permutación interna de los elementos juntos.}} \times \underbrace{PC_5}_{\text{Permutación externa de los elementos.}} = 2!\times4! = 48$$

Por lo tanto, el n.° de arreglos circulares es 48.

Clave B

11



Como A y F van juntas se toman como un elemento. Ordenamos los 5 elementos:

$PC_5 = (5-1)! = 24$

A y F, también pueden intercambiar posiciones cuando van juntas, por lo tanto, se tiene:

$24\times \underbrace{P(2)}_{\text{permutación de A y F}} = 24\times2! = 48$

Clave A

12 Como en el grupo deben existir dos fichas blancas, entonces se deben elegir 4 de las siete fichas negras.

Nos piden:

$$C^7_4\times C^4_2 = \frac{7!}{4!\,.\,3!}\,.\,\frac{4!}{2!\,.\,2!} = \frac{7.6.5.4!}{4!\,.\,3!}\,.\,\frac{4.3.2!}{2!\,.\,2!}$$

$$= 35\,.\,6 = 210$$

Por lo tanto, se pueden formar grupos de 210 maneras.

Clave A

13 Como en las fotografías deben estar siempre dos profesores, entonces se deben elegir 3 alumnos de los 12.

Nos piden:

$$C^{12}_3\times C^3_2 = \frac{12!}{9!\,.\,3!}\times\frac{3!}{1!\,.\,2!} = \frac{12.11.10}{3!}\times3 = 660$$

Por lo tanto, habrá 660 fotografías distintas.

Clave C

14 Tenemos:

C^6_3 maneras de elegir 3 camisas de un total de 6.

C^5_2 maneras de elegir 2 pantalones de un total de 5.

Entonces el n.° de maneras diferentes de comprar 3 camisas y 2 pantalones es:

$$C^6_3\times C^5_2 = \frac{6!}{3!\times3!}\,.\,\frac{5!}{3!\,.\,2!} = \frac{720}{6\times6}\,.\,\frac{120}{6\times2} = 200$$

Por lo tanto, se pueden escoger las prendas de 200 maneras diferentes.

Clave C

REFUERZA PRACTICANDO

NIVEL 1 (página 240)

1 Hay 13 personas sentadas en la mesa.

Nos piden: $PC_{13} = 12!$

Clave B

2 La palabra permuta tiene 7 letras (tenemos entonces 7 elementos), luego:

$P(7) = 7! = 5040$

Por lo tanto, hay 5040 ordenaciones lineales distintas.

Clave A

3

a	b	c
1	0	0
2	1	1
3	2	2
⋮	⋮	⋮
9	9	9
9 .	9 .	8

$9\,.\,9\,.\,8$ = 648 números.

8 → Dado que a y b ya tienen un determinado valor, entonces quedan 8 formas de elegir.

9 → Dado que a ya tomó un determinado valor, entonces quedan 9 formas de elegir.

Clave C

4 Se observa que no importa el orden dentro de los grupos (guardias).

Por lo tanto, nos piden:

$$C^{18}_3 = \frac{18!}{15!\,.\,3!} = \frac{18\,.\,17\,.\,16\,.\,15!}{15!\,.\,3!}$$

$$C^{18}_3 = \frac{18\,.\,17\,.\,16}{6} = 816$$

Clave D

5 Importa el orden de la posición de los alumnos.

Nos piden:

$$V^8_5 = \frac{8!}{(8-5)!} = \frac{8\,.\,7\,.\,6\,.\,5\,.\,4\,.\,3!}{3!}$$

$V^8_5 = 6720$

Clave C



6 Se tiene:
M se repite una sola vez.
I se repite 4 veces.
S se repite 4 veces.
P se repite 2 veces.

Importa el orden de las letras.

$\Rightarrow P^{11}_{1;4;4;2} = \dfrac{11!}{1!\,.\,4!\,.\,4!\,.\,2!} = 34\,650$

Clave E

7 En este caso no importa el orden, entonces:

$\text{n.° saludos} = C^n_2 = \dfrac{n!}{(n-2)!\,.\,2!} = \dfrac{n(n-1)}{2}$

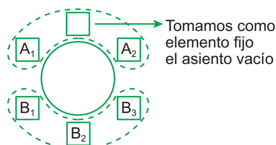
Donde: n es el número de amigos.

En el problema: n = 5

$\therefore C^5_2 = \dfrac{5\,.\,4}{2} = 10$

Clave B

8 Se trata de una permutación circular.
Sean:
A: niñas
B: niños



Como las niñas se ubican a ambos lados del asiento vacío, se toma como un solo elemento.

Nos piden:

$PC_4\,.\,P(2) = 3!\,.\,2! = 12$



Las niñas pueden ubicarse de 2 maneras diferentes.

Clave C

9

$\dfrac{V^x_4}{V^x_5} = \dfrac{1}{8}$

$8V^x_4 = V^x_5$

$\dfrac{8\,.\,x!}{(x-4)!} = \dfrac{x!}{(x-5)!}$

$8(x-5)! = (x-4)(x-5)!$

$8 = x - 4 \qquad \therefore x = 12$

Clave C

NIVEL 2 (página 240)

10 $C^x_6 = 31C^x_4$

$\dfrac{x!}{(x-6)!\,.\,6!} = \dfrac{31\,.\,x!}{(x-4)!\,.\,4!}$

$(x-4)!\,.\,4! = 31(x-6)! \times 6!$

$(x-4)(x-5)(x-6)!\,.\,4! = 31(x-6)!\,.\,6\,.\,5\,.\,4!$

$(x-4)(x-5) = 30\,.\,31 \Rightarrow x - 4 = 31$

$\therefore x = 35$

Clave E

11 Como en todos los equipos debe estar como capitán el mismo jugador, se seleccionan de los 9 restantes 5 jugadores.

Nos piden:

$C^9_5 = \dfrac{9!}{4!\,.\,5!} = \dfrac{9\,.\,8\,.\,7\,.\,6\,.\,5!}{4\,.\,3\,.\,2\,.\,1\,.\,5!}$

= 126 equipos diferentes.

Clave B

12 Como importa el orden aplicamos variación:

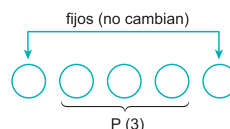
$V^6_4 = \dfrac{6!}{2!} = 6\,.\,5\,.\,4\,.\,3$

$V^6_4 = 360$

Por lo tanto, se puede colorear de 360 maneras diferentes.

Clave D

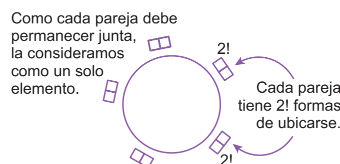
13



Nos piden: P(3) = 3! = 6

Clave C

14 Estamos frente a una permutación circular.

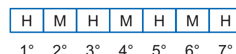


$\text{n.° maneras} = PC_5\,.\,(2!)^5 = 4!(2)^5$

$= 24\,.\,32 = 768$

Clave D

15



H	M	H	M	H	M	H
1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°

Nos piden:

$P(3)\,.\,P(4) = 3! \times 4! = 6 \times 24 = 144$

Ordenamiento lineal de las mujeres. — Permutación de los hombres.

Clave C



16 $C_{p-1}^{K+1} = C_{13-p}^{M+2};\ \ p \neq 7$

1.° $K + 1 = M + 2$ ...(1)

2.° $p - 1 = 13 - p$

$2p = 14 \Rightarrow p = 7$ (no cumple)

3.° Por el complemento:

$p - 1 = M + 2 - 13 + p$

$M = 10$

Reemplazando en (1):

$K + 1 = 10 + 2 \Rightarrow K = 11$

$\therefore M + K = 21$

Clave A

17 $$\frac{C_8^{21} + C_{13}^{21}}{C_5^{18} + C_{12}^{18} + C_{12}^{19} + C_8^{20}} = \frac{C_8^{21} + C_8^{21}}{C_5^{18} + C_6^{18} + C_7^{19} + C_8^{20}}$$

$$= \frac{2C_8^{21}}{C_6^{19} + C_7^{19} + C_8^{20}} = \frac{2C_8^{21}}{C_7^{20} + C_8^{20}} = \frac{2C_8^{21}}{C_8^{21}} = 2$$

Clave D

18 $$F = \frac{1}{(x+1)!} + \left[\frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \frac{3}{4!} + \dots + \frac{x-1}{x!} + \frac{x}{(x+1)!}\right]$$

$$F = \frac{1}{(x+1)!} + \left[\frac{2-1}{2!} + \frac{3-1}{3!} + \frac{4-1}{4!} + \dots + \frac{x-1}{x!} + \frac{(x+1)-1}{(x+1)!}\right]$$

$$F = \frac{1}{(x+1)!} + \left[\left(1 - \frac{1}{2!}\right) + \left(\frac{1}{2!} - \frac{1}{3!}\right) + \left(\frac{1}{3!} - \frac{1}{4!}\right) + \dots + \left(\frac{1}{(x-1)!} - \frac{1}{x!}\right) + \left(\frac{1}{x!} - \frac{1}{(x+1)!}\right)\right]$$

$F = 1$

Clave B

NIVEL 3 (página 241)

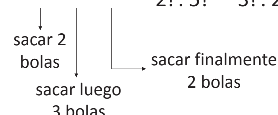
19 Podemos agrupar las cantidades en grupos de 1; 2; 3; 4; 5 y 6 elementos.

Nos piden:

$C_1^6 + C_2^6 + C_3^6 + C_4^6 + C_5^6 + C_6^6 = 2^6 - 1 = 63$

Clave B

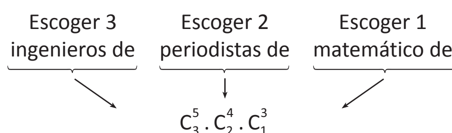
20 $C_2^7 \,.\, C_3^5 \,.\, C_2^2 = \dfrac{7!}{2!\,.\,5!} \times \dfrac{5!}{3!\,.\,2!} \times 1 = 210$



Por lo tanto, se pueden sacar de 210 maneras diferentes.

Clave B

21



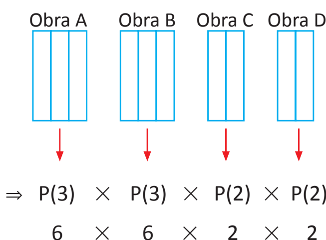
$C_3^5 \,.\, C_2^4 \,.\, C_1^3$

$$\frac{5!}{2!\,.\,3!} \cdot \frac{4!}{2!\,.\,2!} \cdot \frac{3!}{2!\,.\,1!}$$

$$\frac{5\,.\,4}{2} \cdot \frac{4\,.\,3}{2} \cdot \frac{3}{1} = 180$$

Clave A

22 En este problema notamos que importa el orden de los volúmenes de una obra:



$\Rightarrow$ P(3) × P(3) × P(2) × P(2)

6 × 6 × 2 × 2

Como los volúmenes de la misma obra deben permanecer juntos, entonces cada obra se tomará como un elemento, por lo tanto:

$P(4) = 4! = 24$

Nos piden:

$\underbrace{P(4)}_{24} \,.\, \underbrace{P(3)\,.\,P(3)\,.\,P(2)\,.\,P(2)}_{144} = 3456$

Clave A

23

Se tiene:	8	14	10	5
	G	A	F	Q
	↓	↓	↓	↓
Se selecciona:	1	1	1	1

Nos piden:

$C_1^8 \times C_1^{14} \times C_1^{10} \times C_1^5 = 8\,.\,14\,.\,10\,.\,5$

$= 5600$

Clave E

24 Sea x la cantidad de veces que salió 2.

Sea y la cantidad de veces que salió 3.

$\Rightarrow x + y = 5$

$2x + 3y = 12$



Resolvemos:
$x = 3 \wedge y = 2$

De los cinco lanzamientos sabemos que deben salir 3 monedas marcadas con el número 2 y 2 monedas marcadas con el número 3.

Nos piden:

$$P^5_{3;2} = \frac{5!}{3!.2!} = \frac{120}{6.2} = 10$$

Clave E

25



Sabemos:
Hay 10 letras.
Hay 5 dígitos impares: 1; 3; 5; 7; 9
Como las letras si pueden repetirse:
$VR^{10}_3 = 10^3 = 1000$ maneras de ordenarse.

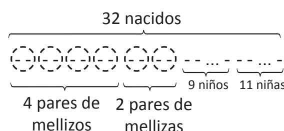
Para los dígitos importa el orden:

$$V^5_4 = \frac{5!}{(5-4)!} = 5! = 120$$

Nos piden:
$VR^{10}_3 \times V^5_4 = 120\,000$

Clave B

26



Como cada par de mellizos(as) son idénticos se tomará como elementos que se repiten, además importa el orden, por lo tanto, es un caso de permutación con repetición:

$$P^{32}_{2;2;2;2;2;2} = \frac{32!}{2!\,2!\,2!\,2!\,2!\,2!} = \frac{32!}{(2!)^6}$$

(primeros cuatro 2: 4 mellizos; últimos dos 2: 2 mellizas)

Clave E

27 $1!\,2.2 + 2!\,3.3 + ... + 20!.21.21 = x! - 2!$

Como: $n!(n+1) = (n+1)!$

Entonces:
$2! + 2!.2 + 3!.3 + 4!.4 + ... + 21!.21 = x!$

Teniendo en cuenta:
$n! + n!.n = n!(n+1) = (n+1)!$

Luego:
$3! + 3!.3 + 4!.4 + ... + 21!.21 = x!$
$4! + 4!.4 + ... + 21!.21 = x!$
Operamos de la misma forma sucesivamente, tenemos:
$22! = x! \Rightarrow x = 22$

Clave A

Probabilidades

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 247)

1 $A = \{2; 4; 6\}; n(A) = 3; \quad P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

$B = \{C\}; n(B) = 1; \quad P(B) = \frac{1}{2}$

$P(A \cap B) = P(A) \, . \, P(B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

Clave A

2

	1.ª		2.ª		3.ª		4.ª		5.ª	vez
Casos a favor	6	×	5	×	4	×	3	×	2	(5 caras diferente)
Casos totales	6	×	6	×	6	×	6	×	6	(Espacio muestral)

$P = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2}{6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6} = \frac{5}{54}$

Clave E

3 Considerando la numeración del 1 al 20, los múltiplos de 3 son: 3; 6; 9; 12; 15; 18 luego:

$P(\text{múltiplo de } 3) = \frac{6}{20} = \frac{3}{10} = 0,3$

Clave B

4 Los eventos considerados son complementarios:

$P_{(\text{acierto})} + P_{(\text{no acierto})} = 1$

$0,01 + P_{(\text{no acierto})} = 1$

$\therefore P\ (\text{no acierto}) = 0,99$

Clave E

5 En total son: 8 + 11 + 15 = 34 bolas

$\text{Prob. (blanca)} = \frac{8}{34}$

$\text{Prob. (roja)} = \frac{11}{34} \Rightarrow \frac{8}{34} + \frac{11}{34} = \frac{19}{34}$

Clave E

6 El total de casos es:

$n(\Omega) = 6 \times 6 = 36$

Los casos favorables son:

$A = \{(6; 5), (5; 6), (6; 6)\} \Rightarrow n(A) = 3$

$\therefore P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

Clave C

7 (1 ; 1)(2 ; 1)(3 ; 1)(4 ; 1)(5 ; 1)(6 ; 1)
(1 ; 2)(2 ; 2)(3 ; 2)(4 ; 2)(5 ; 2)(6 ; 2)
(1 ; 3)(2 ; 3)(3 ; 3)(4 ; 3)(5 ; 3)(6 ; 3)
(1 ; 4)(2 ; 4)(3 ; 4)(4 ; 4)(5 ; 4)(6 ; 4)
(1 ; 5)(2 ; 5)(3 ; 5)(4 ; 5)(5 ; 5)**(6 ; 5)**
(1 ; 6)(2 ; 6)(3 ; 6)(4 ; 6)**(5 ; 6)(6 ; 6)**

Sucesos totales: 6 × 6 = 36

En total hay 33 sucesos favorables.

Por lo tanto, la probabilidad de que la suma de ambos resultados no supere a 10 es:

$\therefore \frac{33}{36} = \frac{11}{12}$

Clave E

8 A: obtener una nota par mayor que 12.

Sucesos totales:

$\Omega = \{0; 1; 2; ...; 20\} \Rightarrow n(\Omega) = 21$

Sucesos favorables:

$A = \{14; 16; 18; 20\} \Rightarrow n(A) = 4$

$\therefore P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4}{21}$

Clave D

9 Ω ={CCC; CCS; CSC; CSS; SCC; SCS; SSC; SSS}

$\Rightarrow n(\Omega) = 8$

A: obtener resultados iguales.

$A = \{CCC; SSS\} \Rightarrow n(A) = 2$

$\therefore P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

Clave C

10 A: obtener 2 caras y 1 sello.

Ω = {CCC; CCS; CSC; CSS; SCC; SCS; SSC; SSS}

$\Rightarrow n(\Omega) = 8$

A = {CCS; CSC; SCC}

$\Rightarrow n(A) = 3$

$\therefore P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3}{8}$

Clave A

11 1.ª probabilidad: $\frac{1}{2}$

2.ª probabilidad: $\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

Por lo tanto la probabilidad de obtener 2 caras al lanzar 2 veces una moneda es $\frac{1}{4}$.

Clave A

12 En la caja hay 4 bolas rojas (R), 3 azules (A) y 2 verdes (V). La probabilidad que no sea azul es:

$1 - P(A) = 1 - \frac{3}{4 + 3 + 2} = 1 - \frac{3}{9} = \frac{2}{3}$

Clave C

13 Se tienen en la urna:

2 esferas rojas (R) y 3 blancas (B)

La probabilidad de extraer la 1.ª esfera blanca es: $\frac{3}{5}$

Quedan: 2R y 2B

La probabilidad de extraer la 2.ª esfera blanca es: $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$



Quedan: 2R y 1B

La probabilidad de extraer la 3.ª esfera blanca es: $\frac{1}{3}$

Por lo tanto, la probabilidad de extraer 3 blancas una por una es:

$\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{10}$

Clave B

14 Según el enunciado:

$\frac{C_3^4}{C_3^{52}} = \frac{1}{5525}$

Clave B

REFUERZA PRACTICANDO

NIVEL 1 (página 249)

1 $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$; $n(\Omega) = 6$

$A = \{2; 4; 6\}$; $n(A) = 3$; $P(A) = \frac{3}{6}$

$B = \{3; 6\}$; $n(B) = 2$; $P(B) = \frac{2}{6}$

$A \cap B = \{6\}$; $n(A \cap B) = 1$; $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$\Rightarrow P(A \cup B) = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} - \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$

Clave E

2 $B = \{(1; 5), (2; 4), (3; 3), (4; 2), (5; 1)\}$

$n(B) = 5$

$A = \{(2; 4), (4; 2)\}$

$n(A) = 2$

$A \cap B = \{(2; 4), (4; 2)\} \Rightarrow n(A \cap B) = 2$

Sabemos que:

$$P(A/B) = \frac{\text{n.° de maneras que "A" y "B" ocurren}}{\text{n.° de maneras que "B" ocurren}}$$

$\Rightarrow P(A/B) = \frac{2}{5}$

Clave C

3 Suc. totales: 6

Suc. favorables: $A = \{3; 4; 5; 6\} \Rightarrow n(A) = 4$

$\therefore P(A) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

Clave C

4 Sucesos totales: $12 + 6 + 8 = 26$ cartas.

Sucesos favorables: 12 cartas rojas.

$\therefore \frac{12}{26} = \frac{6}{13}$

Clave B

5 Sucesos totales: $n(\Omega) = 2 \times 6 = 12$

Sucesos favorables:

$A = \{(C; 2), (C; 4), (C; 6)\} \Rightarrow n(A) = 3$

$\therefore P(A) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

Clave B

6 Sucesos totales:

$n(\Omega) = 2 \times 2 \times 6 = 24$

Sucesos favorables:

$A = \{CC1; CC3; CC5\}$

$\Rightarrow n(A) = 3$

$\therefore P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3}{24} = \frac{1}{8} = 0{,}125$

Clave B

7 Del enunciado se deduce:

Walter: 2a

Alfredo: a

Américo: 2a

$\therefore \frac{\text{S. fav.}}{\text{S. total}} = \frac{2a + a}{2a + a + 2a} = \frac{3a}{5a} = \frac{3}{5}$

Clave C

8 Sucesos totales: $n(\Omega) = 2 \times 2 \times 2 = 8$

A: Sucesos favorables: 344; 434 y 443.

$\left.\begin{array}{l} \bullet\ 3 + 4 + 4 = 11 \\ \bullet\ 4 + 3 + 4 = 11 \\ \bullet\ 4 + 4 + 3 = 11 \end{array}\right\} \Rightarrow n(A) = 3$

$\therefore P(A) = \frac{3}{8}$

Clave C

9 Sucesos totales: $n(\Omega) = 6 \times 6 = 36$

$A = \{(1; 3), (2; 3), (3; 3), (4; 3), (5; 3), (6; 3), (1; 6), (2; 6), (3; 6), (4; 6), (5; 6), (6; 6), (3; 1), (3; 2), (3; 4), (3; 5), (6; 1), (6; 2), (6; 4), (6; 5)\}$

Sucesos favorables: 20

$\therefore P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$

Clave A

10 Divisibles por 6 u 8 son:

$A = \{6; 8; 12; 16; 18; 24; 30; 32; 36; 40; 42; 48\}$

$\Rightarrow n(A) = 12$

$\therefore P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{12}{50} = \frac{6}{25}$

Clave D

NIVEL 2 (página 250)

11 $A = \{(1; 6), (2; 5), (3; 4), (4; 3), (5; 2), (6; 1)\}$

$\Rightarrow n(A) = 6$

Se observa:

$1 + 6 = 7$

$2 + 5 = 7$

$3 + 4 = 7$

$4 + 3 = 7$

$5 + 2 = 7$

$6 + 1 = 7$

El número con mayor probabilidad es el 7.

Clave C



12 En total son:

$5 + 4 + 8 + 3 = 20$ estudiantes

Prob. (2.° año) $= \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$

Prob. (últ. año) $= \frac{3}{20}$

Clave A

13 En total son: $8 + 3 + 5 = 16$ artículos

Prob. (sin defecto) $= \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$

Prob. (defecto grave) $= \frac{5}{16}$

Clave B

14 Sucesos totales: $C_2^5 = 10$

Sucesos favorables:

$\left.\begin{matrix} 2+5 \\ 3+4 \end{matrix}\right\} 2$

$\therefore \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

Clave B

15 Sucesos totales: V_3^{10}

Sucesos favorables: V_3^3

$\Rightarrow \frac{V_3^3}{V_3^{10}} = \frac{6}{720} = \frac{1}{120}$

Clave E

16 Número de 2 cifras: $\overline{ab}$

Si es $\overset{\circ}{5} \Rightarrow \overline{a0}$ ó $\overline{a5}$

En total son:

$\left.\begin{matrix} 10; 20; 30; ...; 90 \\ 15; 25; 35; ...; 95 \end{matrix}\right\}$ 18 números

Los $\overset{\circ}{3}$ son:

{30; 60; 90; 15; 45; 75}   6 números

$\therefore \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$

Clave C

17 A: gana automóvil A $\Rightarrow P(A) = 0,5$

B: gana automóvil B $\Rightarrow P(B) = 2/7$

Luego:

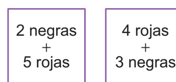
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) + \underbrace{P(A \cap B)}_{0}$

(no hay empate)

$\therefore P(A \cup B) = 0,5 + \frac{2}{7} = \frac{11}{14}$

Clave A

18



$\left(\frac{5}{7}\right) \times \left(\frac{3}{7}\right) = \frac{15}{49}$

Clave C

19 Sucesos totales:

$\left.\begin{matrix} 1 \to 2a \\ 2 \to a \\ 3 \to 2a \\ 4 \to a \\ 5 \to 2a \\ 6 \to a \end{matrix}\right\} 9a$

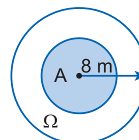
Sucesos favorables:

$\left.\begin{matrix} 2 \to a \\ 4 \to a \\ 5 \to 2a \\ 6 \to a \end{matrix}\right\} 5a$

$\therefore \frac{5a}{9a} = \frac{5}{9}$

Clave A

20



$\frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{\pi(4)^2}{\pi(8)^2} = \frac{16}{64}$

$\therefore P(A) = \frac{1}{4}$

Clave B

NIVEL 3 (página 251)

21 A: escoger un hombre y una mujer.

$\Rightarrow n(A) = C_1^8 \times C_1^8 = 64$

Ω: escoger 2 personas al azar.

$\Rightarrow n(\Omega) = C_2^{16} = 120$

$\therefore P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{64}{120} = \frac{8}{15}$

Clave C



22 Sucesos totales: $\frac{20 \times 19}{2} = C_2^{20}$

Sucesos favorables:

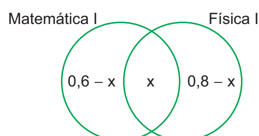
Sin pérdida de generalidad se puede asumir que empieza en 1.

$$\left.\begin{matrix} 1 - 2 \\ 2 - 3 \\ 3 - 4 \\ \vdots \\ 19 - 20 \end{matrix}\right\} 19$$

$$\therefore \frac{19}{C_2^{20}} = \frac{19}{\frac{20 \times 19}{2}} = \frac{1}{10}$$

Clave B

23



$(0,6 - x) + x + (0,8 - x) = 1$

$x = 0,4$

Sea:

A: aprobar solo uno de dichos cursos.

$\Rightarrow P(A) = 1 - x = 1 - 0,4$

$\therefore P(A) = 0,6 = \frac{3}{5}$

Clave B

24 Sucesos totales: $C_2^4 = 6$

Sucesos favorables:

$3 + 4\}$ 1 posibilidad

$\therefore \frac{1}{6}$

Clave B

25 Sucesos totales: V_2^{10}

Sucesos favorables: V_2^2

$$\Rightarrow \frac{V_2^2}{V_2^{10}} = \frac{2}{90} = \frac{1}{45}$$

Clave E

26 4(rojos) + 2(azules) = 6(total)

Sucesos totales:

$C_4^6 = 15$

Sucesos favorables: $C_4^4 = 1$

Por lo tanto, la probabilidad de obtener 4 cubos rojos es: $\frac{1}{15}$

Clave C

27 Para Ricardo:

$$\underbrace{\text{Prob. (ganar)}}_{\frac{1}{3}} + \underbrace{\text{Prob. (no ganar)}}_{\frac{2}{3}} = 1$$

$$\Rightarrow \underbrace{\text{Prob. (ganar)}}_{x} + \underbrace{\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}}_{\text{3 partidas}} = 1$$

$$\Rightarrow x = 1 - \frac{8}{27} = \frac{19}{27}$$

Clave A

28 De modo similar al problema anterior:

La probabilidad que Manuel gane por lo menos una de las tres partidas es: $\frac{19}{27}$

Clave C

29 5(rojas) + 3(blancas) + 4(negras) = 12

Sucesos totales: $C_3^{12} = 220$

Sucesos favorables: $C_2^3 \times C_1^4 = 3 \times 4 = 12$

Por lo tanto, la probabilidad de obtener 2 esferas blancas y una negra es: $\frac{12}{220} = \frac{3}{55}$

Clave A

30 7 Med. + 4 Ing. = 11 personas

$$\left.\begin{matrix} \text{2 Ing. + 4 Med.} \\ \text{3 Ing. + 3 Med.} \\ \text{4 Ing. + 2 Med.} \end{matrix}\right\} \text{Comité formado por al menos dos ingenieros.}$$

Entonces:

$$\frac{C_4^7 \times C_2^4 + C_3^7 \times C_3^4 + C_2^7 \times C_4^4}{C_6^{11}}$$

$$= \frac{210 + 140 + 21}{462}$$

$$= \frac{371}{462} = \frac{53}{66}$$

Clave D

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 259)

1 Elaboramos la tabla de verdad:

p	q	(p ⇒ q)	∧	(p	Δ	~q)
V	V	V	V	V	V	F
V	F	F	F	V	F	V
F	V	V	F	F	F	F
F	F	V	V	F	V	V

Clave B

2 Elaboramos la tabla de verdad:

p	q	r	[(p ∨ q)	∧	r]	⇒	(~q	∧	r]
V	V	V	V	V	V	F	F	F	V
V	V	F	V	F	F	V	F	F	F
V	F	V	V	V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	F	V	V	F	F
F	V	V	V	V	V	F	F	F	V
F	V	F	V	F	F	V	F	F	F
F	F	V	F	F	V	V	V	V	V
F	F	F	F	F	F	V	V	F	F

∴ n.° de verdades – n.° de falsedades = 6 – 2 = 4

Clave E

3 q ⇒ t ≡ F; p ∧ q ≡ F
V F F V

Luego:
p ≡ F; q ≡ V y t ≡ F

I. (~p ∨ t) ∨ ~q
(V ∨ F) ∨ F
V ∨ F ≡ V

II. ~[p ∧ (~t ∨ ~p)] ∧ (~p ∨ ~q)
~[F ∧ (V ∨ V)] ∧ (V ∨ F)
~[F ∧ V] ∧ V
~F ∧ V
V ∧ V ≡ V

III. [(p ⇒ q) ∧ ~(q ∧ t)] ⇔ [~p ∨ (q ∧ ~t)]
(F ⇒ V) ∧ ~(V ∧ F) ⇔ V ∨ (V ∧ V)
V ∧ ~F ⇔ V ∨ V
V ∧ V ⇔ V
V ⇔ V ≡ V

Clave C

4 Elaboramos la tabla de verdad para cada proposición:

I.

p	q	{~[	~(p ∧ q)	⇒	~q]	∨	q}	∨	~q
V	V	F	F	V	V	F	V	V	F
V	F	F	V	F	V	V	F	F	V
F	V	V	V	F	F	F	V	V	F
F	F	F	V	F	V	V	F	F	V

II.

p	q	[(p	∨	~q)	∧	q]	⇒	p
V	V	V	V	F	V	V	V	V
V	F	V	V	V	F	F	V	V
F	V	F	F	F	F	V	V	F
F	F	F	V	V	F	F	V	F

III.

p	q	~	[(~p)	⇔	(p ⇒ q)]
V	V	V	F	F	V
V	F	F	F	V	F
F	V	F	V	V	V
F	F	F	V	V	V

Clave D

5 Elaboramos la tabla de verdad de cada esquema:

I.

p	q	(p Δ q)	⇔	(q	Δ	~p)
V	V	F	F	V	V	F
V	F	V	F	F	F	F
F	V	V	F	V	F	V
F	F	F	F	F	V	V

II.

p	q	[p	Δ	(p ∨ q)]	Δ	(~q	∨	p)
V	V	V	F	V	V	F	V	V
V	F	V	F	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	V	F	F	F
F	F	F	F	F	V	V	V	F

III.

p	q	(p ⇒ q)	⇒	q
V	V	V	V	V
V	F	F	V	F
F	V	V	V	V
F	F	V	F	F

Clave B

6

~[(~p ∨ q) ∨ (r ⇒ q)] ∧ [(~p ∨ q) ⇒ (q ∧ ~p)] ≡ V

La conjunción es verdadera cuando ambas proposiciones son verdaderas.



Luego:

$$\sim[(\sim p \lor q) \lor (r \Rightarrow q)] \equiv V$$
F

La disyunción débil es falsa cuando ambas proposiciones son falsas.

Entonces:

$$(\sim p \lor q) \equiv F \;\; y \;\; (r \Rightarrow q) \equiv F$$
F F V F

$\therefore\ p \equiv V;\ q \equiv F\ \ y\ \ r \equiv V$

Clave A

7

$(p \land \sim q) \Rightarrow (r \Rightarrow \sim s) \equiv F$

La condicional es falsa cuando el antecedente es verdadero y el consecuente falso.

Luego:

$$p \land \sim q \equiv V \;\; y \;\; r \Rightarrow \sim s \equiv F$$
V V V F

Entonces: $p \equiv V$; $q \equiv F$ y $r \equiv V \land s \equiv V$

Reemplazando:

- $\sim(p \lor q) \lor \sim q$
  V F
  $\sim V$
  $F \lor V \equiv V$

- $[(r \Rightarrow q) \land q] \Leftrightarrow [(\sim q \lor r) \land s]$
  V F V V V ∧ V
  F ∧ F V ∧ V
  F ⇔ V ≡ F

- $\sim[(p \lor q) \land \sim q] \Rightarrow \sim(p \Rightarrow q)$
  V F
  $\sim F$
  ⇒ V ≡ V

Clave C

8

$\sim[(q \Rightarrow s) \Rightarrow (p \Rightarrow r)] \equiv V$
F

La condicional es falsa cuando el antecedente es verdadero y el consecuente es falso.

Luego:

$$(q \Rightarrow s) \Rightarrow (p \Rightarrow r) \equiv F$$
V V F

Reemplazando:

- $(\sim s \Rightarrow \sim q)\ \Delta\ (r \Rightarrow p)$
  $q \Rightarrow s$ Δ F V
  V Δ V ≡ F

- $\sim(q \land \sim s) \land (p \land \sim r)$
  $(\sim q \lor s) \land$ V ∧ V
  $q \Rightarrow s \land$ V
  V ∧ V ≡ V

- $(p \land q \land r \land s) \lor (p \Leftrightarrow r)$
  $V \land q \land F \land s$ ∨ V F
  F ∨ F ≡ F

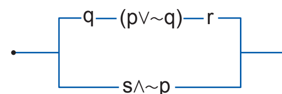
Clave E

9 •—— $\sim p \land q$ —— $r \lor p$ ——•

$(\sim p \land q) \land (r \lor p)$

Clave B

10



•—— $[q \land (p \lor \sim q) \land r] \lor (s \land \sim p)$ ——•

$[q \land (p \lor \sim q) \land r] \lor (s \land \sim p)$

$[(p \lor \sim q) \land (q \land r)] \lor (s \land \sim p)$

Clave A

11 $[(\sim p \land q) \Rightarrow (r \land \sim r)] \land \sim q$

$[\sim(\sim p \land q) \lor \quad F\,] \quad \land \sim q$

$[p \lor \sim q \;\lor\; F\,] \quad \land \sim q$

$(p \lor \sim q) \land \sim q \equiv \sim q$

Clave C

12

$t \Rightarrow \{[(p \Rightarrow q) \Rightarrow q] \land [\sim p \land (q \Rightarrow p)]\}$

$t \Rightarrow \{[(\sim p \lor q) \Rightarrow q] \land [\sim p \land (\sim q \lor p)]\}$

$t \Rightarrow \{[\sim(\sim p \lor q) \lor q] \land [(\sim p \land \sim q) \lor (\sim p \land p)]\}$

$t \Rightarrow \{[(p \land \sim q) \lor q] \land [(\sim p \land \sim q) \lor F]\}$

$t \Rightarrow \{[(p \lor q) \land (\sim q \lor q)] \land [(\sim p \land \sim q)]\}$

$t \Rightarrow \{[(p \lor q) \land V] \land [\sim(p \lor q)]\}$

$t \Rightarrow \{(p \lor q) \land \sim(p \lor q)\}$

$t \Rightarrow \;F$

$\sim t \lor F \equiv \sim t$

Clave D

13 p: Raúl es deportista
q: Raúl entrena
Luego: $(\sim q \Rightarrow \sim p) \Rightarrow (q \Rightarrow p)$

Clave E

14 p: duermo
q: estudio
r: apruebo
$[(p \Rightarrow \sim q) \land (\sim q \Rightarrow \sim r)] \Rightarrow (p \Rightarrow \sim r)$

Clave B

REFUERZA PRACTICANDO

NIVEL 1 (página 261)

1

p	q	$(p \wedge q)$	$\Rightarrow$	p
V	V	V	V	V
V	F	F	V	V
F	V	F	V	F
F	F	F	V	F

Clave B

2

p	q	$(p \Leftrightarrow \sim q)$	$\wedge$	$(p \vee \sim q)$
V	V	F F	F	V V F
V	F	V V	V	V V V
F	V	V F	F	F F F
F	F	F V	F	F V V

Clave A

3

p	q	$(p \Leftrightarrow \sim q)$	$\vee$	$(p \vee \sim q)$
V	V	F F	V	V F
V	F	V V	V	V V
F	V	V F	V	F F
F	F	F V	V	V V

Clave E

4

p	q	$(p \Rightarrow \sim q)$	$\vee$	$(p \vee \sim q)$
V	V	F F	V	V F
V	F	V V	V	V V
F	V	V F	V	F F
F	F	V V	V	V V

Clave C

5

p	q	$(\sim p \vee q)$	$\Leftrightarrow$	$(p \Rightarrow q)$
V	V	F V	V	V
V	F	F F	V	F
F	V	V V	V	V
F	F	V V	V	V

Clave D

6

p	q	$(p \vee q)$	$\Leftrightarrow$	$(\sim p \Rightarrow q)$
V	V	V	V	F V V
V	F	V	V	F V F
F	V	V	V	V V V
F	F	F	V	V F F

∴ Es una tautología.

Clave A

7

p	q	$[(p \wedge q) \vee q]$	$\wedge$	$\sim q$
V	V	V V V	F	F
V	F	F F F	F	V
F	V	F V V	F	F
F	F	F F F	F	V

∴ Es una contradicción.

Clave C

8

p	q	$(p \Rightarrow q)$	$\vee$	$(p \Leftrightarrow q)$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	F
F	V	V	V	F
F	F	V	V	V

∴ Es una contingencia.

Clave D

9

p	q	$(\sim p \vee q)$	$\Rightarrow$	$(\sim q \Rightarrow \sim p)$
V	V	F V V	V	F V F
V	F	F F F	V	V F F
F	V	V V V	V	F V V
F	F	V V F	V	V V V

∴ Es una tautología.

Clave E

10

p	q	$(p \wedge \sim q)$	$\Leftrightarrow$	$\sim(\sim p \vee q)$
V	V	V F F	V	F F V V
V	F	V V V	V	V F F F
F	V	F F F	V	F V V V
F	F	F F V	V	F V V F

∴ Es una tautología .

Clave B

NIVEL 2 (página 262)

11

V F V F
$(\sim p \Rightarrow q) \vee (r \Rightarrow \sim s) \equiv F$
F F

Luego:

$p = F$
$q = F$
$r = V$
$s = V$

En el problema:

$(\sim p \wedge \sim q) \vee \sim q$
V ∧ V V
V ∨ V
V

Clave C

12 $(\sim r \vee q) \Leftrightarrow [(\sim q \vee r) \wedge s]$
F ∨ F V ∨ V V
F V ∧ V
F ⇔ V
F

Clave D

13 $(p \Rightarrow q) \Rightarrow [(p \vee q) \wedge \sim q]$
F F F F V
V F ∧ V
V ⇒ F
F

Clave E

14

F
$-[(r \vee q) \Rightarrow (r \Rightarrow p)] \equiv V$
V F
V F

Luego:

$p = F$
$q = F$ (dato)
$r = V$

En el problema:

V V
$r \Rightarrow (\sim p \vee \sim q)$
V ⇒ (V)
V

Clave C

15

F F V
$[r \Leftrightarrow (p \wedge q)] \Leftrightarrow (q \wedge \sim p)$
[V ⇔ F] F
F ⇔ F
V

Clave E

16 $(r \vee \sim p) \wedge (q \vee p)$
V∨ V F ∨ F
V ∧ F
F

Clave A



17

$(p \vee q) \Rightarrow (\sim p \wedge q)$

$\sim(p \vee q) \vee (\sim p \wedge q)$

$(\sim p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q)$

$\sim p \wedge \underbrace{(\sim q \vee q)}_{V}$

$\underbrace{\sim p \wedge V}_{\sim p}$

Clave A

18 Lo equivalente será:

$\equiv (\sim p \vee \sim q) \wedge [(\sim q \vee \sim p) \vee (\sim q \vee \sim r)]$;

Como: $m \wedge [m \vee n] \equiv m$, se tiene:

$\equiv (\sim p \vee \sim q) \wedge [(\sim p \vee \sim q) \vee (\sim q \vee \sim r)]$

$\equiv \sim p \vee \sim q$

Clave B

19 Lo equivalente será:

$\equiv \sim\{[\sim p \wedge (q \vee \sim r)] \,\Delta\, [(\sim p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim r)]\}$

$\equiv \sim\{[\sim p \wedge (q \vee \sim r)] \,\Delta\, [\sim p \wedge (q \vee \sim r)]\}$;

$\equiv \sim\{m \,\Delta\, m\} \equiv \sim\{F\} \equiv V$

Clave D

20

$\underbrace{[\overbrace{(\sim p \vee q)}^{V} \Rightarrow \overbrace{(q \Leftrightarrow r)}^{F}]}_{F} \vee \underbrace{(q \wedge s)}_{F} \equiv F$

- $\underbrace{\sim p}_{F} \vee q \equiv V;\ q = V$
- $\underbrace{q}_{V} \Leftrightarrow r \equiv F;\ r = F$
- $\underbrace{q}_{V} \wedge s \equiv F;\ s = F$

∴ Los valores de verdad son: VFF

Clave E

NIVEL 3 (página 263)

21 p: llueve.

q: hace sol.

r: las brujas se peinan.

Simbolizando: $r \Leftrightarrow (p \wedge q)$

Clave C

22 p: llueve.

q: hace sol.

r: las brujas se peinan.

Simbolizando: $\sim r \Rightarrow (\sim p \vee \sim q)$

Clave A

23 p: las estrellas emiten luz.

q: los planetas reflejan la luz.

r: los planetas giran alrededor de las estrellas.

Simbolizando: $q \Leftrightarrow (p \wedge r)$

Clave D

24 p: Las estrellas emiten luz.

q: Los planetas reflejan la luz.

r: Los planetas girar alrededor de las estrellas.

Simbolizando: $\sim(p \wedge q) \Rightarrow \sim r$

Clave A

25 p: Pablo atiende en clase.

q: Pablo estudia en casa.

r: Pablo fracasa en los exámenes.

s: Pablo es aplaudido.

Simbolizando: $\sim(p \wedge q) \Rightarrow (r \vee \sim s)$

Clave E

26 p: un triángulo tiene tres ángulos.

q: un cuadrado tiene cuatro ángulos rectos.

r: la suma de las medidas de los ángulos de un triángulo es igual a la suma de dos ángulos rectos.

s: los rombos tienen cuatro ángulos rectos.

Simbolizando: $[(p \Rightarrow q) \wedge (p \wedge r) \wedge (s \Rightarrow \sim q)] \Rightarrow \sim s$

Clave E

27 Por teoría obtenemos:

$[(\sim p \wedge q) \vee r] \wedge (p \vee r)$

Clave E

28 Por teoría obtenemos:

$[(p \wedge s) \vee \sim r] \vee (p \wedge s)$

Clave D

29 Por teoría obtenemos:

$[q \vee r] \wedge [(p \vee q) \vee (\sim r \vee \sim s)] \wedge (q \vee s)$

Clave B

30 De la tabla de verdad se nota que:

$(q \,\Phi\, p) \equiv \sim(p \Rightarrow q) \equiv \sim(\sim p \vee q)$

$\equiv p \wedge \sim q = \sim q \wedge p$

Luego:

$(p \,\Phi\, q) \,\Phi\, [(\sim q \vee p) \,\Phi\, (p \Rightarrow q)]$

$\equiv (\sim p \wedge q) \,\Phi\, [(\sim q \vee p) \,\Phi\, (\sim p \vee q)]$

$\equiv (\sim p \wedge q) \,\Phi\, [\sim(\sim q \vee p) \wedge (\sim p \vee q)]$

$\equiv \sim(\sim p \wedge q) \wedge [(q \wedge \sim p) \wedge (\sim p \vee q)]$

$\equiv (p \vee \sim q) \wedge [q \wedge \underbrace{\{\sim p \wedge (\sim p \vee q)\}}_{\sim p}]$

$\equiv (p \vee \sim q) \wedge (q \wedge \sim p)$

$\equiv (p \vee \sim q) \wedge \sim(p \vee \sim q) \equiv m \wedge \sim m \equiv F$

Clave E

ACTIVIDADES DE RAZONAMIENTO (página 267)

1 Los dominos superiores e inferiores deben tener todas las caras.

Clave D

2 El giro de la parte sombreada es en sentido horario.

Clave B

3 El giro de la parte sombreada es en sentido antihorario y dejando un espacio.

Clave C

4 En cada fila hay tres expresiones diferentes.

Clave A

5 La figura que se obtiene es la C.

Clave C

6 La clave es la A, pues va rotando en sentido antihorario.

Clave A

7 La respuesta es B, pues falta al polígono de seis lados con un círculo sin sombrear dentro de él.

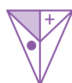
Clave B

8 El pequeño triángulo se desplaza alrededor de la figura (sentido horario).

Clave E

9 Solo el caso E. **Clave E**

10 La figura gira 180°, entonces la figura que sigue es:



Clave C

11 I → 3 líneas

II → 4 líneas

III → 5 líneas

IV → 4 líneas (no guarda relación)

V → 7 líneas **Clave D**

12 Se observa que el cuadrilátero sombreado se coloca en la parte superior del cuadrado más grande. Siguiendo la secuencia de la figura anterior la respuesta es:



Clave C

13 El sector circular se desplaza dejando espacios que están en progresion aritmética así:

1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5

Por lo tanto, sigue la figura: **Clave D**

14 Seguimos la secuencia de los rectangulos de la primera fila y vemos que los cuadraditos sombreados pegados a los lados giran en sentido antihorario al igual que el cuadradito del centro, por los tanto la alternativa correcta sera la D.

Clave D

REFUERZA PRACTICANDO

NIVEL 1 (página 269)

1 El giro es horario.

Clave B

2 La parte sombreada en cada fila gira en sentido horario:

Clave A

3 La figura es:



Clave B

4 La figura que falta es:



Clave C

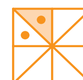
5 En cada fila y en cada columna hay un punto, un punto dentro de un círculo y de dos círculos, entonces en la posición que falta debe ir un punto dentro de un círculo. La respuesta es la E.

Clave E

6 La figura E está reflejada respecto de las otras cuatro.

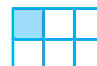
Clave E

7 Según como se van desplazando los puntos y la zona tramada, la figura que sigue es:



Clave B

8 Según el desplazamiento de la zona tramada, la figura que sigue es:



Clave C

9 En la figura D, el número superior es par (el resto impares) y uno de los inferiores es impar (el resto son pares).

Clave D



NIVEL 2 (página 270)

10 Sigue la figura:



Clave D

11 Las figuras interiores están girando en sentido antihorario. La figura de la posición 83 es:



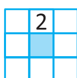
Clave B

12 En cada figura hay una línea más. La figura va girando en sentido horario. La figura que sigue es:



Clave B

13 La zona tramada va disminuyendo en un cuadradito.

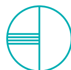


Clave E

14 El círculo pequeño gira en sentido antihorario.

Clave B

15 Sigue la figura:



Clave C

16 En todas las figuras hay dos palitos cruzados y el tercero siempre está encima o debajo, menos en la figura D.

Clave D

17 La figura que sigue es:



Clave A

NIVEL 3 (página 271)

18 Las líneas aumentan de una en una empezando por la izquierda.

Clave D

19 Las figuras B y D son la misma figura girada 90°.

Las figuras C y E son la misma figura girada 180°.

Clave A

20 La figura B no guarda relación con los demás. El resto tiene 10 lados.

Clave B

21 La figura E está reflejada respecto de las demás.

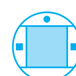
Clave E

22 En la figura A, la dirección de las líneas en la diagonal de uno de los cuadraditos es diferente a los demás.



Clave A

23 De acuerdo a los cambios en la primera pareja, la figura que continúa es:



Clave B

24 La figura (C) está reflejada respecto de las demás.

Clave C

25 Todas las figuras están formadas por cuatro líneas a excepción de la figura D.

Clave D

26 La figura D está reflejada respecto de las demás.

Clave D

27 Todas las líneas se cortan por la mitad a excepción de la figura D.

Clave D

© Ediciones Lexicom S. A. C. - Editor.
RUC 20545774519
Jr. Dávalos Lissón 135, Cercado de Lima
Teléfonos: 331-1535 / 331-0968 / 332-3664 Fax: 330-2405
E-mail: ventas_escolar@edicioneslexicom.com
www.editorialsanmarcos.com

Impresión:
Editorial San Marcos, de Aníbal Jesús Paredes Galván
Av. Las Lomas 1600, Urb. Mangomarca, Lima, S.J.L.
RUC 10090984344